

ARCHIV DER ELEKTRISCHEN ÜBERTRAGUNG

Unter Mitarbeit von

H. Busch, R. Feldtkeller, E. Hölzler, K. Hoffmann, O. Kirchner
E. Kramar, A. Mehli, W. Nestel, H. Piloty, L. Pungs, F. Schröter, W. O. Schumann
M. Seddig, A. Siemens, R. Tamm, R. Theile, F. Tank, R. Vieweg, G. Wuckel

Begründet von

KARL WILLY WAGNER

Schriftleitung:

J. Piesch, J. Schunack, M. Strutt, A. Thoma

Geschäftsführende Redaktion:

F. Rühmann

BAND 14

JULI 1960

HEFT 7

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

KWR

**Trägerfrequenzkabel
KABELWERK RHEYDT AKT.-GES.**

RHEYDT (RHLD.)

INHALT

Originalmitteilungen:	Seite
Über elektrische Wellenfilter mit vorgegebenen Betriebs- eigenschaften	283
Von J. B. Fischer	
Frequenzbesteuerung und Frequenzschwankungen des asta- bilen Multivibrators	299
Von G. Linckelmann	
Vertikale Drift in der E-Schicht der Ionosphäre während erdmagnetischer Störungen	314
Von H. Kohl	
Filterschaltungen für extrem niedrige Frequenzen ohne Verwendung von Induktivitäten	317
Von H. G. Jungmeister und H. L. König	
Buchbesprechungen	324
Persönliches:	
Albert Weissfloch †	326

Diesem Heft liegt ein Prospekt des Buches

H. Geschwinde

**Die Praxis der Kreis- und Leitungsdiagramme
in der Hochfrequenztechnik**

des Franzis-Verlages, München, bei.

Einführung in die Siebschaltungstheorie der elektrischen Nachrichtentechnik

Von Prof. Dr. Dr.-Ing. E. h. Richard Feldtkeller

Direktor des Instituts für Nachrichtentechnik an der
Technischen Hochschule Stuttgart

Vierte, neubearbeitete Auflage

*XI, 200 Seiten, 191 Bilder, 16 cm × 23 cm,
Ganzleinen DM 25,40*

AUS DEM INHALT:

Einleitung

I. Spulen, Kondensatoren, Schwingungskreise

II. Zweipole als Siebschaltungen

III. Die Grund-Siebketten

IV. Siebketten mit Grundgliedern und M-Gliedern

V. Bandpaß-Siebketten mit Hauptgliedern und
Nebengliedern

VI. Einfluß der Verluste

Anhänge

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

LAUFFELDRÖHREN

Von Prof. Dr. Werner Kleen und Dr. Klaus Pöschl

X, 192 Seiten mit 127 Bildern, 16 cm × 23 cm,
Ganzleinen DM 28,—

Teil 2 der

EINFÜHRUNG IN DIE MIKROWELLEN-ELEKTRONIK

Von Prof. Dr. Werner Kleen

Früher erschien:

Teil 1: Physikalische und technische Grundlagen

320 Seiten, 129 Bilder, 16 cm × 23 cm, Dezember 1952,
Ganzleinen DM 28,—

Inhaltsübersicht zu Teil 2:

A. Wanderfeldröhre

1. Qualitative Übersicht

2. Lineare Vorgänge

3. Rauschen

4. Nichtlineare Vorgänge

5. Bemessung, Daten und Anwendungen von Wan-
derfeldröhren

B. Sonstige Lauffeldröhren

6. Rückwärtswellenröhre

7. Elektronenwellenröhre

8. Lauffeldröhre mit Widerstandsschicht

9. Spezielle Formen von Lauffeldröhren und ver-
wandte Effekte

Anhänge

Die Verfasser sind von dem Gesichtspunkt ausgegangen, hier jene Erscheinungen in Lauffeldröhren zu behandeln, die sie auf Grund eigener Erfahrungen im Laboratorium als wesentlich ansahen. Die Erscheinungen in technisch wichtigen Röhrenarten sind eingehender, die Effekte und Röhrenformen mit bisher lediglich physikalischem Interesse sind kürzer, z. T. nur qualitativ, beschrieben. Die Auswahl des Stoffes soll den vorhandenen Bedürfnissen des Physikers und Ingenieurs, der an der Entwicklung und Fertigung von Lauffeldröhren arbeitet, entsprechen. Dieser Teil 2 enthält auch einen kurzen Anhang, der den im Dezember 1952 erschienenen Teil 1 ergänzt. Teil 1 bildet für viele Abschnitte des Teiles 2 die Grundlage.

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

ARCHIV

DER ELEKTRISCHEN ÜBERTRAGUNG (A.E.Ü.)

Unter Mitarbeit von H. Busch, R. Feldtkeller, E. Hölzler, K. Hoffmann, O. Kirchner, E. Kramar, A. Mehli, W. Nestel, H. Piloty, L. Pungs, F. Schröter, W. O. Schumann, M. Seddig, A. Siemens, R. Tamm, F. Tank, R. Theile, R. Vieweg, G. Wuckel

Begründet von KARL WILLY WAGNER

Schriftleitung: J. Piesch, J. Schunack, M. Strutt, A. Thoma / Geschäftsführende Redaktion: F. Rühmann
S. HIRZEL VERLAG, Stuttgart

Band 14

Juli 1960

Heft 7

Über elektrische Wellenfilter mit vorgegebenen Betriebseigenschaften

Von JOHANNES B. FISCHER, Zürich

(A.E.Ü. 14 [1960], 283–298; eingegangen am 24. März 1960)

DK 621.372.54

Es wird gezeigt, daß zum Entwurf eines elektrischen Wellenfilters mit vorgegebenen Anforderungen nicht unbedingt immer die Rechenverfahren der Betriebsparametertheorie angewendet werden müssen. Es lassen sich oftmals auch mit den Rechenverfahren der Wellenparametertheorie bei kaum größerem Aufwand an Schaltelementen die gewünschten Bedingungen erreichen. Hierfür werden exakte und zugleich einfache Zusammenhänge zwischen den Vierpol- und Betriebseigenschaften von Reaktanzvierpolen abgeleitet. An Hand einiger Beispiele wird die Anwendung der gefundenen Beziehungen vorgeführt.

It is shown that for the design of an electrical wave filter with given requirements the calculating methods of insertion-loss parameter theory need not necessarily be applied at all times. The desired conditions can often be satisfied also by means of the calculating methods of wave parameter theory with hardly higher expenses with respect to components. For this purpose exact and at the same time simple relations are derived between the quadripole and insertion-loss properties of reactance quadripoles. The application of the relations found is demonstrated by reference to some examples.

1. Einleitung

Für viele fernmeldetechnische Einrichtungen ist das elektrische Wellenfilter ein wesentliches Bauelement. In großer Zahl werden derartige Reaktanzvierpole beispielsweise in der trägerfrequenten Fernsprechtechnik eingesetzt, wobei mehr oder weniger strenge Anforderungen an die elektrischen Eigenschaften dieser Filter gestellt werden. Hierzu gehören hauptsächlich der Verlauf der Betriebsdämpfung und der damit eng verknüpfte Verlauf des Betriebswiderstandes in den verschiedenen Frequenzgebieten. Beim Entwurf eines solchen Filters sind natürlich die Bedingungen, die dieses betriebsmäßig zu erfüllen hat, der Ausgangspunkt für die Berechnung. Man soll aber auch bestimmte wirtschaftliche Überlegungen nicht außer acht lassen. So ist eine mögliche Einsparung an Bauelementen, wie Spulen und Kondensatoren, ein Entgegenkommen hinsichtlich dieser Wünsche. Es ist jedoch zu bedenken, daß auch die Zeitspanne vom Beginn eines Filterentwurfes bis zur Fabrikationsreife gewichtig werden kann. Dies gilt besonders dann, wenn nur kleinere Stückzahlen zu erwarten sind, bei denen Einsparungen an Bauelementen die Herstellungskosten kaum beeinflussen werden.

Zur Berechnung eines elektrischen Wellenfilters vorgeschriebener Frequenzabhängigkeit wie Tiefpaß, Hochpaß, Bandpaß und Bandsperre, stehen zwei grundlegende, theoretische Überlegungen zur

Verfügung. Die eine hiervon ist die Wellenparametertheorie, deren Kenngrößen das Wellenübertragungsmaß und der Wellenwiderstand sind. Die zweite ist die Betriebsparametertheorie, deren Kenngrößen das Betriebsübertragungsmaß und der Betriebswiderstand sind¹. Beide Rechenverfahren und die hierdurch ermittelten Zusammenschaltungen von Reaktanzen haben Vorteile und Nachteile. Die Wellenparametertheorie erlaubt wegen des zeitlich kleinen Rechenaufwandes eine schnelle Realisierung des gewünschten Filters. Andererseits sind die elektrischen Eigenschaften etwas ungünstiger als diejenigen eines Filters, das nach den Rechenverfahren der Betriebsparametertheorie ermittelt wurde [4], [8], [12]. Bei letzteren ist aber wegen der bisher bekannten Rechenverfahren eine teilweise unvergleichlich größere Zeitspanne vom Entwurf bis zur Realisierung anzusetzen, es sei denn, man kann auf einen Katalog [5] vorberechneter Filter zurückgreifen. Während man nämlich durch die Kenngrößen der Wellenparametertheorie die einzelnen Filterteilvierpole sofort ermitteln kann [1], [9], muß man bei der Berechnung nach Betriebsparametern zuerst die charakteristische Funktion

¹ Es ist zur Abgrenzung des Unterschiedes von Wellenparametern und Betriebsparametern übersichtlicher, anstatt des sonst bei Betriebsparametern angegebenen Echoübertragungsmaßes (z. B. [4]) den Betriebswiderstand als zweite Kenngröße zu benennen. Das Echoübertragungsmaß ist ja eine Funktion des Betriebswiderstandes.

$\varphi(j\omega)$ aufstellen und gegebenenfalls überprüfen. Hiernach hat die Bestimmung der Übertragungsfunktion $g(j\omega)$ zu erfolgen und zuletzt muß aus der Übertragungsfunktion und der charakteristischen Funktion eine passende Schaltung [1], [10] ermittelt werden. Oftmals ergibt sich dann bei gleichem Aufwand an Schaltelementen durch die Berechnung nach Betriebsparametern lediglich eine Verbesserung der elektrischen Eigenschaften, die gar nicht erforderlich ist. Für derartige Fälle ist sicherlich eine Berechnung nach der Wellenparametertheorie wegen des einfachen und übersichtlichen Rechenverfahrens vorteilhafter.

Es ist somit wünschenswert, die Zusammenhänge zwischen den Kenngrößen der Wellenparametertheorie und den Betriebseigenschaften eines über diese Theorie berechneten Filters zu finden, um dann aus den geforderten Betriebseigenschaften rückwärts die zur Berechnung nach Wellenparametern notwendigen Kenngrößen zu ermitteln.

Hierfür finden sich in der Literatur [1], [2], [3], [6], [13], [14] einige Hinweise, die teilweise [1], [6], [13] jedoch recht verwickelt erscheinen. Für das praktische Rechnen begnügt man sich daher offenbar mit Näherungen [1], [3]. So wird für den Sperrbereich eines Filters angegeben [1], daß

$$A_b \geq A_w - 0,7 \quad \text{Neper}$$

(A_b Betriebsdämpfung, A_w Wellendämpfung, beide Größen im logarithmischen Maß Neper) ist. Oder für den Durchlaßbereich gelte

$$A_b \leq 2 \ln \frac{(w+1)^2}{4w} \quad \text{Neper}$$

(w normierter Wellenwiderstand). Diese Näherungen müssen zu einer Überdimensionierung führen, d. h., daß im Sperrbereich über ein großes Frequenzintervall hinweg die Betriebsdämpfung größer als erforderlich wird, oder im Durchlaßbereich die Echodämpfung größer ist als gewünscht wurde.

Das Ziel dieser Arbeit ist nun, exakte und zugleich einfache Zusammenhänge zwischen den Betriebseigenschaften und den Kenngrößen der Wellenparametertheorie zu ermitteln, um hierdurch optimal bemessene Wellenparameterfilter entwerfen zu können. Ein Weg hierfür ist zunächst die Aufstellung der charakteristischen Funktion — wie sie von der Betriebsparametertheorie her bekannt ist — eines solchen Filters über die Elemente der zugehörigen Kettenmatrix.

2. Allgemeines über das Betriebsverhalten von Reaktanzvierpolen

Vorausgesetzt sei, daß der zu untersuchende Reaktanzvierpol primärseitig von einem Generator mit dem reellen Innenwiderstand R_1 gespeist wird und dieser Reaktanzvierpol sekundärseitig mit einem reellen Widerstand R_2 belastet ist. In Bild 1 sieht man das Schaltbild hierfür. U_0 ist die Quellenspannung des Generators, U_1 ist die über den primären Klemmen 1-1' des eingezeichneten Reaktanzvierpoles liegende Spannung und I_1 ist der im

primären Stromkreis (Generator — Klemme 1 — Klemme 1' — Generator) fließende Strom. U_2 ist die über dem sekundärseitigen Belastungswiderstand R_2 liegende Spannung und I_2 der in diesem Stromkreis (Klemme 2 — R_2 — Klemme 2') fließende Strom.

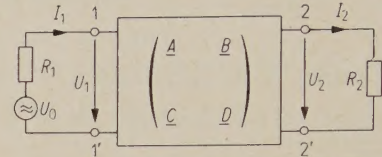


Bild 1. Betriebsschaltung eines Reaktanzvierpoles.

Es soll nun als erstes eine Leistung festgelegt werden, mit der die vom Reaktanzvierpol an den Belastungswiderstand R_2 abgegebene Leistung N_2 verglichen werden kann. Es ist naheliegend, hierfür die bei Anpassung vom Generator an den Verbraucher abgegebene Leistung heranzuziehen. Diese Anpassung ist dann gegeben, wenn der primäre Betriebswiderstand \underline{W}_{b1} des Reaktanzvierpoles bei sekundärem Abschluß mit R_2 reell ist und dem Betrage nach R_1 entspricht und gleichzeitig der sekundäre Betriebswiderstand \underline{W}_{b2} bei primärem Abschluß mit R_1 reell ist und dem Betrage nach R_2 entspricht. Man kann für diesen Fall das in Bild 2 gezeigte Ersatzschaltbild angeben. U_0 ist wiederum die Quellenspannung des speisenden Generators, U' die über $\underline{W}_{b1} = R_1$ liegende Spannung und I' der in

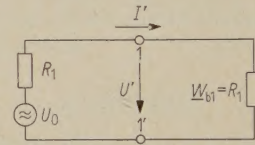


Bild 2. Betriebsersatzschaltung eines Reaktanzvierpoles bei Anpassung.

diesem Stromkreis fließende Strom. Die Vergleichsleistung N_v ist dann

$$N_v = I' U' \quad (1)$$

oder unter Einbeziehung der Widerstände

$$N_v = I'^2 \underline{W}_{b1} = I'^2 R_1 = U'^2 / \underline{W}_{b1} = U'^2 / R_1. \quad (2)$$

Ist nun die eben beschriebene Anpassung nicht mehr gegeben, d. h., daß \underline{W}_{b1} nicht mehr R_1 und \underline{W}_{b2} nicht mehr R_2 entspricht, so wird offensichtlich die vom Reaktanzvierpol an den Belastungswiderstand R_2 abgegebene Leistung kleiner. Ein Teil der vom Generator zur Verfügung stehenden Leistung wird an den „Stoßstellen“ reflektiert. Nach Bild 1 ist die vom Reaktanzvierpol an den Verbraucher R_2 abgegebene Leistung

$$N_2 = I_2 U_2 \quad (3)$$

oder unter Einbeziehung der Widerstände

$$N_2 = I_2^2 R_2 = U_2^2 / R_2. \quad (4)$$

Setzt man nun die Vergleichsleistung N_v und die an den Belastungswiderstand R_2 abgegebene Leistung N_2 zueinander in eine Beziehung, so ergibt sich der Betriebsübertragungsfaktor S zu

$$S = \sqrt{N_v/N_2} \quad (5)$$

und das Betriebsübertragungsmaß $\Gamma_b = A_b + j B_b$ zu

$$\Gamma_b = \ln S = \frac{1}{2} \ln \frac{N_v}{N_2}. \quad (6)$$

Hierin bedeutet A_b die Betriebsdämpfung und B_b die Betriebsphase.

Um nun für diesen Betriebsübertragungsfaktor die Elemente der Kettenmatrix einführen zu können, sind einige Umformungen notwendig. Man setzt beispielsweise für N_v und für N_2 je einem passenden Ausdruck aus Gl. (2) und (4) ein und erhält dann entweder

$$\Gamma_b = \frac{1}{2} \ln \frac{R_1 I'^2}{R_2 I_2^2} = \ln \sqrt{\frac{R_1}{R_2} \frac{I'}{I_2}} \quad (7a)$$

$$\text{oder} \quad \Gamma_b = \frac{1}{2} \ln \frac{R_2 U'^2}{R_1 U_2^2} = \ln \sqrt{\frac{R_2}{R_1} \frac{U'}{U_2}}, \quad (7b)$$

wobei das Vorzeichen der Wurzel positiv zu wählen ist. Erweitert man Zähler und Nenner in Gl. (7a) mit I_1 und in Gl. (7b) mit U_1 , das sind der im Stromkreis 1 tatsächlich fließende Strom und die über den Klemmen 1-1' tatsächlich liegende Spannung, so ergibt sich für Gl. (7a)

$$\Gamma_b = \ln \sqrt{\frac{R_1}{R_2} \frac{I'}{I_1}} + \ln \frac{I_1}{I_2} \quad (8a)$$

oder für Gl. (7b)

$$\Gamma_b = \ln \sqrt{\frac{R_2}{R_1} \frac{U'}{U_1}} + \ln \frac{U_1}{U_2} \quad (8b)$$

Den in Gl. (8a) auftretenden Faktor I_1/I_2 nennt man den Stromübertragungsfaktor M und $\Gamma_M = \ln M$ das Stromübertragungsmaß. Ganz ähnlich nennt man dann U_1/U_2 den Spannungsübertragungsfaktor N und $\Gamma_N = \ln N$ das Spannungsübertragungsmaß.

Wegen der Vierpolgleichungen in Kettenform bei technischer Vorzeichenregel, nämlich

$$\begin{aligned} U_1 &= \underline{A} U_2 + \underline{B} U_2/R_2, \\ I_1 &= \underline{C} I_2 R_2 + \underline{D} I_2, \end{aligned} \quad (9)$$

kann man für M und N die Elemente der Kettenmatrix einführen. Somit erhält man für den Stromübertragungsfaktor

$$M = \underline{C} R_2 + \underline{D} \quad (10a)$$

und für den Spannungsübertragungsfaktor

$$N = \frac{1}{R_2} (\underline{A} R_2 + \underline{B}). \quad (10b)$$

Es sei hier nun kurz vermerkt, daß man für die bekannte Form des Eingangsbetriebswiderstandes \underline{W}_{b1} auf Grund der Beziehungen (10a) und (10b) auch die Form

$$\underline{W}_{b1} = R_2 \cdot N/M \quad (11)$$

setzen kann.

Es ist nun noch für die ersten Summanden von Gl. (8a) oder (8b) eine Form zu finden, die sich mit

den Elementen der Kettenmatrix in Verbindung bringen läßt. Man kann dies unter Zuhilfenahme der Bilder 1 und 2 leicht vornehmen. I' ist $U_0/2 R_1$ und I_1 ist $U_0/(R_1 + \underline{W}_{b1})$ oder $U' = U_0/2$ und $U_1 = U_0 \underline{W}_{b1}/(R_1 + \underline{W}_{b1})$. Das Betriebsübertragungsmaß ist folglich bei Verwendung von Gl. (11)

$$\Gamma_b = \ln \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} M + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} N \right) \quad (12a)$$

oder mit den Beziehungen (10a) und (10b)

$$\Gamma_b = \ln \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \underline{A} + \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2}} \underline{B} + \sqrt{R_1 R_2} \underline{C} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \underline{D} \right). \quad (12b)$$

Die in den Ausdrücken (12a) und (12b) auftretenden zusätzlichen Faktoren mit R_1 und R_2 darf man ohne wesentliche Einschränkung gleich eins setzen. Einmal kann $R_1 = 1 \Omega$ sein, weiter darf R_2 durch ein Übersetzungsverhältnis \ddot{u} mit R_1 in Verbindung gebracht werden und somit sind diese Faktoren zahlenmäßig lediglich ein Übersetzungsverhältnis, das durch eine weitere Kettenschaltung eines idealen Übertragers mit der Spannungsübersetzung \ddot{u}^{-1} eliminiert werden kann. Das Betriebsübertragungsmaß Γ_b lautet dann

$$\Gamma_b = \ln \frac{1}{2} (\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} + \underline{D}) \quad (13a)$$

und die Betriebsdämpfung bestimmt sich aus

$$A_b = \ln \frac{1}{2} |(\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} + \underline{D})| \text{ Neper.} \quad (13b)$$

Diese Form läßt sich nun prinzipiell zum Studium der Betriebseigenschaften eines Reaktanzvierpols heranziehen, wie es auch in der Literatur (z. B. [1]) vorgeschlagen wird. Bei verlustbehafteten Reaktanzvierpolen oder bei Vierpolen, deren Schaltelemente rein ohmschen Charakter haben (Dämpfungsglieder), ist man sogar gezwungen, das Betriebsübertragungsmaß nach Gl. (13a) zu ermitteln. Haben wir jedoch einen verlustfreien Reaktanzvierpol, so ist zur Bestimmung der Betriebsdämpfung, wie es für praktische Fälle meist genügt, die Form (13b) wegen der vier darin vorkommenden Summanden zu umfangreich. Die Betriebsdämpfung läßt sich dann einfacher durch die sogenannte „charakteristische Funktion“, die bei Betriebsparameterfiltern den Ausgangspunkt der Rechnung darstellt, bestimmen.

Es soll daher vor der eigentlichen Herleitung eine Definition dieser Funktion gegeben werden. Hier kommt uns die Tatsache, daß innerhalb eines verlustfreien Reaktanzvierpols keine Energie verbraucht wird, entgegen. Es gilt also die Beziehung

$$e^{-2A_b} + e^{-2A_e} = 1. \quad (14)$$

Dies besagt, daß die an den Verbraucher R_2 abgegebene Leistung N_2 plus einer vom Reaktanzvierpol an den Generator wieder zurückgelieferten Leistung N_e gleich der Vergleichsleistung ist, wie sie eingangs des Abschnittes schon erklärt wurde. Löst man nun Gl. (14) nach e^{2A_b} auf, so erhält man

$$e^{2A_b} = 1 + (e^{2A_b}/e^{2A_e}). \quad (15)$$

Führt man in Gl. (15) für e^{A_b} die vorhin abgeleitete Größe $|S|$ sowie für e^{A_e} eine noch näher zu beschreibende Größe $|T|$ ein, so ergibt sich für die Betriebsdämpfung allein

$$A_b = \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{|S|^2}{|T|^2} \right) = \frac{1}{2} \ln (1 + |\varphi|^2) \quad \text{Neper.} \quad (16)$$

Der Summand φ wird nun die charakteristische Funktion genannt. Es ist das Verhältnis der Echoleistung zur Leistung N_2 , die vom Reaktanzvierpol an den Verbraucher R_2 abgegeben wird.

Um nun auch für φ die Elemente der Kettenmatrix einführen zu können, muß man zuerst einen Zusammenhang zwischen T und diesen Elementen finden. Hierzu bedarf es zuerst einer Erklärung des elektrischen Vorganges bei nicht angepaßtem Zustand. Dem ursprünglich den Reaktanzvierpol speisenden Generator mit der Quellenspannung U_0 und dem reellen, inneren Widerstand R_1 sei ein weiterer Echogenerator mit der Quellenspannung U_e und dem reellen, inneren Widerstand $R_2 = R_1$ parallelgeschaltet. Die Quellenspannung U_e wird nun so groß gewählt, daß im geschlossenen Stromkreis der Strom I_1 fließt und über den Klemmen 1-1' die Spannung U_1 liegt, wie im Fall der Fehlanpassung $R_1 \neq W_{b1}$ zu messen wäre.

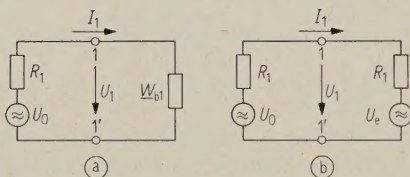


Bild 3. (a) Betriebsschaltung des Stromkreises 1 bei nicht-angepaßtem Zustand, (b) Ersatzbetriebsschaltung mit Echogenerator.

Bild 3 zeigt das Schaltbild für die eben gegebene Erklärung. Der Teil a gibt die Eingangsbetriebsschaltung des Stromkreises 1 bei nicht angepaßtem Zustand wieder. Der Teil b dient zur Erklärung der Echospaltung. Die vorhin genannte Bedingung wird dann erreicht, wenn

$$\frac{U_0}{R_1 + W_{b1}} = \frac{U_0 - U_e}{2 R_1} \quad (17)$$

ist. Löst man Gl. (17) nach U_e auf und bildet man das Verhältnis $U_0/U_e = T$, nämlich den Echoübertragungsfaktor, so erhält man für das Echoübertragungsmaß Γ_e

$$\Gamma_e = \ln T = \ln \frac{W_{b1} + R_1}{W_{b1} - R_1} \quad (18)$$

und für die Echodämpfung A_e

$$A_e = \ln \left| \frac{W_{b1} + R_1}{W_{b1} - R_1} \right|. \quad (19)$$

Anstatt $(W_{b1} + R_1)/(W_{b1} - R_1)$ schreibt man wegen Gl. (11)

$$(R_2 N + R_1 M)/(R_2 N - R_1 M)$$

oder (20a)

$$\left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} M + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} N \right) / \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} N - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} M \right).$$

Führt man auch hier für M und N die in den Ausdrücken (10a) und (10b) angegebenen Zusammenhänge mit den Elementen der Kettenmatrix ein und berücksichtigt weiter die in Gl. (16) angegebene Form der charakteristischen Funktion, so ergibt sich für diese zunächst

$$\frac{S}{T} = \varphi = \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \underline{A} + \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2}} \underline{B} - \sqrt{R_1 R_2} \underline{C} - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \underline{D} \right).$$

Auch hier gelte wieder die zur Ableitung der Formel (13a) getroffene Verabredung, daß die vor den Elementen der Kettenmatrix befindlichen Faktoren gleich eins gesetzt werden können. Somit ergibt sich endgültig für die charakteristische Funktion eines verlustfreien Reaktanzvierpols mit gegebener Kettenmatrix

$$\frac{S}{T} = \varphi = \frac{1}{2} (\underline{A} + \underline{B} - \underline{C} - \underline{D}). \quad (22)$$

Wie man später sehen wird, eignet sich dieser Ausdruck vorzüglich insbesondere zur Bestimmung der Wellendämpfung und des Wellenwiderstandes als Funktion der Frequenz für Filter mit vorgeschriebenem Betriebsverhalten, die nach den Rechenvorschriften der Wellenparametertheorie zu entwerfen sind. Ist man jedoch gezwungen, das Filter nach der Betriebsparametertheorie zu berechnen, so ist als Ausgangspunkt die Formel (16) heranzuziehen, wobei φ eine Funktion des normierten Frequenzparameters $A = j\Omega$ bezeichnet.

3. Die Elemente der Kettenmatrix eines nach Wellenparametern berechneten Vierpols

Die Bedeutung der Kenngrößen der Wellenparametertheorie, Wellenwiderstand und Wellenübertragungsmaß, ist hinreichend bekannt und in der Literatur (z.B. [1], [2]) eingehend beschrieben. Es soll daher nur kurz der formale Zusammenhang zwischen diesen Kenngrößen und den Elementen der Kettenmatrix hergeleitet werden. Hierzu diene zur besseren Übersicht Bild 4. Es entspricht schaltungstechnisch Bild 1. Der Unterschied zwischen den beiden Schaltungen besteht darin, daß für die in Bild 1 eingezeichneten Widerstände R_1 und R_2 jetzt der primärseitige Wellenwiderstand W_1 und der sekundärseitige Wellenwiderstand W_2 des Vierpols eingesetzt wurden.

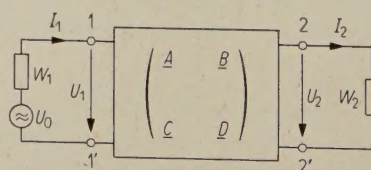


Bild 4. „Idealschaltung“ eines Reaktanzvierpols.

Über die Vierpolgleichungen in Kettenform suchen wir zunächst den primären Wellenwiderstand W_1 und den sekundären Wellenwiderstand W_2 als Funktionen der Elemente der Kettenmatrix angeben zu können. Als Ansatz hierzu dient

$$W_1 = \frac{A W_2 + B}{C W_2 + D} \quad \text{und} \quad W_2 = \frac{D W_1 + B}{C W_1 + A}. \quad (23)$$

Hieraus bildet man zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten und erhält

$$W_1 W_2 = B/C \quad \text{und} \quad W_1/W_2 = A/D \quad (24)$$

oder für den primären und sekundären Wellenwiderstand allein

$$W_1 = \sqrt{\frac{BA}{CD}} \quad \text{und} \quad W_2 = \sqrt{\frac{BD}{CA}}. \quad (25)$$

Zur Herleitung des Wellenübertragungsmaßes

$$\Gamma_w = A_w + j B_w, \quad (26)$$

wobei A_w die Wellendämpfung und B_w die Wellenphase bedeuten, sind keine weiteren Vorbereitungen zu treffen. Wir können diese Kenngröße wegen der allgemeinen Gültigkeit der Form (12a) sofort angeben, wenn man hierin die in Bild 4 bereits berücksichtigten Substitutionen $R_1 = W_1$ und $R_2 = W_2$ vornimmt. Das Wellenübertragungsmaß ist

$$\Gamma_w = \ln \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{W_2}{W_1}} A + \sqrt{\frac{1}{W_1 W_2}} B + \sqrt{W_1 W_2} C + \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} D \right) \quad (27)$$

oder mit den Ausdrücken (24) vereinfacht

$$\Gamma_w = \ln (\sqrt{AD} + \sqrt{BC}). \quad (28)$$

Benützt man noch die Zusammenhänge zwischen Exponential- und Hyperbelfunktionen und beachtet die bei passiven Vierpolen geltende Bedingung

$$|K| = AD - BC = 1, \quad (29)$$

so erhält man

$$\sinh \Gamma_w = \sqrt{BC} \quad \text{und} \quad \cosh \Gamma_w = \sqrt{AD}. \quad (30)$$

Mit Hilfe von Gl. (24) und (30) lassen sich nun die Elemente der Kettenmatrix als Funktionen des Wellenübertragungsmaßes sowie des primären und sekundären Wellenwiderstandes bezeichnen. Es ergibt sich hieraus

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \cosh \Gamma_w, & B &= \sqrt{W_1 W_2} \sinh \Gamma_w, \\ C &= \sqrt{\frac{1}{W_1 W_2}} \sinh \Gamma_w, & D &= \sqrt{\frac{W_2}{W_1}} \cosh \Gamma_w. \end{aligned} \quad (31)$$

4. Die charakteristische Funktion von Wellenparameterfiltern

An Hand der im Abschnitt 2 angegebenen Form der charakteristischen Funktion φ (Gl. (22)) in Abhängigkeit der Elemente der Kettenmatrix und deren — im Abschnitt 3 hergeleiteten — Verbindungen zu den Kenngrößen der Wellenparameter-

theorie ist man in der Lage, die Betriebsdämpfung und den Betriebswiderstand derart bemessener Filter genau zu studieren. Vorausgesetzt seien hierfür lediglich die Kenntnis des Verlaufes von Wellenübertragungsmaß und Wellenwiderstand im Durchlaß- und im Sperrbereich sowie die bezeichnenden Kriterien symmetrischer und antisymmetrischer Filtertypen.

In der folgenden Zusammenstellung sollen die wichtigsten Kennzeichen aufgeführt werden, wobei auf eine eingehende Beweisführung der einzelnen Feststellungen verzichtet wird. Im einzelnen ist zu bemerken:

a) Primärer und sekundärer Wellenwiderstand

Man operiere mit normierten, dimensionslosen Wellenwiderstandsfunktionen, die in der Folge mit w_1 und w_2 bezeichnet werden.

Im Durchlaßbereich sind diese reell und frequenzabhängig. (32)

Im Sperrbereich sind diese imaginär und frequenzabhängig. (33)

Bei symmetrischen Filtern ist $w_1 = w_2$. (34)

Bei antisymmetrischen Filtern gilt $\sqrt{w_1 w_2} = \text{const}$, wobei die Konstante zur Bestimmung der Betriebseigenschaften gleich Eins gesetzt werden muß. (35)

b) Wellenübertragungsmaß $\Gamma_w = A_w + j B_w$

1. Im Durchlaßbereich ist die Wellendämpfung A_w gleich Null. Die Wellenphase B_w nimmt bei frequenzunsymmetrischen Bandpässen sowie bei Tiefpässen oder Filtern, die sich durch eine Frequenztransformation, welche zugleich eine Reaktanztransformation darstellt, auf einen Tiefpaß zurückführen lassen, monoton zu. Insbesondere gilt für frequenzunsymmetrische Bandpässe vom symmetrischen Typ

$$-m\pi \leq B_w \leq n\pi \quad (36)$$

und vom antisymmetrischen Typ

$$-\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right) \leq B_w \leq \left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (37)$$

Die Anzahl der Sperrstellen im unteren und oberen Sperrbereich ist ein Maß für m und n .

Für den symmetrischen Tiefpaß gilt

$$0 \leq B_w \leq n\pi, \quad (38)$$

und beim antisymmetrischen Tiefpaß erhält man

$$0 \leq B_w \leq n\pi + \frac{\pi}{2}. \quad (39)$$

Auch hier ist die Anzahl der Sperrstellen ein Maß für n .

2. Im Sperrbereich ist die Wellendämpfung A_w größer als Null, während die Wellenphase B_w konstant ist. Lediglich an den Sperrstellen wird die Wellenphase um 180° vermindert.

Für frequenzunsymmetrische Bandpässe vom symmetrischen Typ bedeutet dies für den unteren Sperrbereich

$$B_w = -(m - \mu)\pi \cdots -(m - 2)\pi, \quad (40)$$

$$-(m - 1)\pi, \quad -m\pi$$

und für den oberen Sperrbereich (41)

$$B_w = n\pi, \quad (n - 1)\pi, \quad (n - 2)\pi \dots (n - \nu)\pi.$$

Beim antimetrischen Typ erhält man für den unteren Sperrbereich

$$B_w = 0, \\ -\left[(m - \mu)\pi + \frac{\pi}{2}\right] \cdots -\left[(m - 2)\pi + \frac{\pi}{2}\right], \quad (42)$$

$$(m - 1)\pi + \frac{\pi}{2}, \quad -\left(m\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

und für den oberen Sperrbereich

$$B_w = n\pi + \frac{\pi}{2}, \quad (n - 1)\pi + \frac{\pi}{2}, \quad (43)$$

$$(n - 2)\pi + \frac{\pi}{2} \dots (n - \nu)\pi + \frac{\pi}{2}, \quad 0.$$

Ganz ähnlich erhält man dann bei Tiefpässen vom symmetrischen Typ

$$B_w = n\pi, \quad (n - 1)\pi, \quad (n - 2)\pi \dots (n - \nu)\pi \quad (44)$$

und bei Tiefpässen vom antimetrischen Typ

$$B_w = n\pi + \frac{\pi}{2}, \quad (n - 1)\pi + \frac{\pi}{2}, \quad (45)$$

$$(n - 2)\pi + \frac{\pi}{2} \dots (n - \nu)\pi + \frac{\pi}{2}, \quad 0.$$

In den Gl. (40) bis (45) ist $\mu = 0 \dots m$ und $\nu = 0 \dots n$ zu setzen. Diesbezügliches Anschauungsmaterial findet sich in der Literatur bei [9].

Die charakteristische Funktion φ eines symmetrischen Wellenparameterfilters lautet nach Gl. (22) und (31) sowie wegen des bei (34) angedeuteten Kriteriums für symmetrische Filter

$$\varphi = \frac{w^2 - 1}{2w} \sinh \Gamma_w. \quad (46)$$

Diese Form bedarf noch einiger Erläuterungen. Für den Durchlaßbereich wurde hinsichtlich des Wellenübertragungsmaßes Γ_w festgestellt, daß dieses rein imaginär ist. Nach Anwendung der Beziehung

$$\sinh j\alpha = j \sin \alpha \quad (47)$$

ergibt sich für Gl. (46)

$$\varphi = j \frac{w^2 - 1}{2w} \sin B_w. \quad (48)$$

Man erkennt aus Gl. (16) und (48) sofort, daß die Betriebsdämpfung an den „1“-Stellen der normierten Wellenwiderstandsfunktion sowie an den „ $\nu\pi$ “ $\nu = (1 \dots n)$ des Wellenübertragungsmaßes mit Ausnahme der „ $n\pi$ “-Stelle der Grenzfrequenz gleich Null wird. An den „ $(2\nu - 1)\frac{\pi}{2}$ “-Stellen ergibt sich wegen $\sin(2\nu - 1)\frac{\pi}{2} = \pm 1$ offensichtlich ein Betriebsdämpfungsmaximum.

Es ist daher naheliegend, mit Gl. (48) eine Untersuchung betreffend der Echodämpfung auszuführen.

Aus Gl. (15) und (16) ergibt sich für diese der Ausdruck

$$A_e = \frac{1}{2} \ln(1 + |\varphi|^{-2}). \quad (49)$$

Setzen wir die Form (48) ein, lassen B_w gegen $(2\nu - 1)\frac{\pi}{2}$ gehen, was für $\sin B_w = \pm 1$ ergibt, so erhalten wir die sehr wichtige Beziehung

$$A_e = \ln \left| \frac{w^2 + 1}{w^2 - 1} \right| \quad (50)$$

oder $w^2 = \coth A_e/2$, wenn $w > 1$ ist,
 $w^2 = \tanh A_e/2$, wenn $w < 1$ ist.

Die Echodämpfung pendelt je nach Wellenphase zwischen ∞ und dem letztgenannten Wert hin und her. Gl. (50) wird im folgenden Abschnitt bei der praktischen Bemessung eines Wellenparameterfilters bei vorgegebenen Betriebseigenschaften einen Ausgangspunkt der Rechnung darstellen.

Als nächstes erfolge die Diskussion von Gl. (46) innerhalb des Sperrbereiches. Hier ist die Wellenwiderstandsfunktion imaginär und das Wellenübertragungsmaß hat die Form $\Gamma_w = A_w + jn\pi$. Berücksichtigt man beides, so erhält man für Gl. (46) wegen $\sinh(A_w + jn\pi) = \pm \sinh A_w$

$$\varphi = \pm j \frac{|w|^2 + 1}{2|w|} \sinh A_w. \quad (51)$$

Untersucht man über Gl. (16) diesen Ausdruck hinsichtlich des Einflusses der Wellendämpfung und des Wellenwiderstandes auf die zu erwartende Betriebsdämpfung, so erkennt man, daß der Wellenwiderstandsverlauf in Abhängigkeit von der Frequenz diese im Vergleich zur Wellendämpfung abschwächt oder verstärkt.

Bei Wellendämpfungen, die größer als 3 Neper sind, kann man statt Gl. (16) und (51) mit guter Näherung auch

$$A_b \approx \ln \frac{|w|^2 + 1}{2|w|} + A_w - 0,7 \text{ Neper} \quad (52)$$

setzen. Diese Form genügt in den meisten Fällen vollauf und bildet einen weiteren Ausgangspunkt zur Berechnung eines symmetrischen Wellenparameterfilters.

Wir wenden uns nun der charakteristischen Funktion eines antimetrischen Wellenparameterfilters zu und bemerken als erstes wegen (35), daß hier die Elemente \underline{B} und \underline{C} gleich groß sind. Außerdem gilt $w_2 = w_1^{-1}$. Man erhält φ bei Beachtung des Wellenwiderstandskriteriums (35) zu

$$\varphi = \frac{w_1^2 - 1}{2w_1} \cosh \Gamma_w. \quad (53)$$

Im Durchlaßbereich ist, wie beim symmetrischen Filter, das Wellenübertragungsmaß rein imaginär. Mit der Beziehung

$$\cosh j\alpha = \cos \alpha \quad (54)$$

erhält man hier

$$\varphi = \frac{w_1^2 - 1}{2w_1} \cos B_w. \quad (55)$$

Auch hier verschwindet an den Anpassungsstellen, $w = 1$, die Betriebsdämpfung, während die Echodämpfung ein Maximum hat. Weitere Betriebsdämpfungsminima erscheinen für $B_w = (2\nu - 1) \frac{\pi}{2}$ mit Ausnahme von $B_w = n\pi + \frac{\pi}{2}$. Die Maxima ergeben sich folglich bei $\nu\pi$. Die Minima der Echodämpfung erscheinen bei derselben Bedingung. Die für symmetrische Filter angegebene Beziehung (50) gilt hierdurch auch für antisymmetrische Filter. Unterschiedlich zum symmetrischen Filter ist nur bei einem Tiefpaß die Betriebsdämpfung am Frequenznullpunkt. Beim symmetrischen Filter ist diese Null, während beim antisymmetrischen Filter ein von Null verschiedener Wert, nämlich

$$B_b = \ln \frac{w_1^2 + 1}{2w_1} \text{ Neper} \quad (56)$$

erscheint, sofern an diesem Punkt keine Anpassung vorliegt.

Innerhalb des Sperrbereiches ist wie beim symmetrischen Filter der Wellenwiderstand imaginär, während das Wellenübertragungsmaß Γ_w die Form $A_w + j(2\nu - 1) \frac{\pi}{2}$ hat. Aus $\cosh(A_w + j(2\nu - 1) \frac{\pi}{2}) = \pm j \sinh A_w$ ergibt sich für Gl. (53) der Ausdruck

$$\varphi = \frac{|w_1|^2 + 1}{2|w_1|} \sinh A_w, \quad (57)$$

also dieselbe Form wie für symmetrische Filter (Gl. (51)). Die über Gl. (51) bereits geführte Diskussion wie auch die Form (52) gelten in gleichem Umfang auch für antisymmetrische Filter.

Zur Auswertung der Formen (48), (49), (51), (52), (55) und (57) ist es naheliegend, geeignete Kurventafeln zu erstellen, um bei Kenntnis des Wellenwiderstandsverlaufs und der Abhängigkeit des Wellenübertragungsmaßes von der Frequenz sofort über die Betriebseigenschaften des Filters Auskunft geben zu können. Andererseits sollen diese Kurventafeln auch dazu dienen, die Grundlagen zum Entwurf eines Wellenparameterfilters mit vorgegebenen Betriebsanforderungen auf praktische Weise zu vermitteln.

Die Tafel I zeigt die Betriebsdämpfung als Funktion des Betrages der Wellenwiderstandsfunktion für Wellendämpfungen, die kleiner als 3 Neper sind. Hierbei wurden, wie bei den Tafeln II und III, nur Wellenwiderstandsbeträge kleiner als eins eingetragen, da der Ausdruck

$$(w^2 - 1)/2w \quad \text{bzw.} \quad (|w|^2 + 1)/2|w|,$$

mit $w = 1$ als Mittelpunkt, symmetrisch verläuft, wie man sich leicht überzeugen kann. In Tafel II findet sich die Auswertung von $\ln(|w|^2 + 1)/2|w|$ zum Einsatz in Gl. (52), während die Tafel III einen Überblick über Gl. (49) zusammen mit Gl. (48) und (55) vermittelt.

Sämtliche Arten der charakteristischen Funktion, wie sie hier aufgeführt werden, nehmen an der Grenzfrequenz eine unbestimmte Form an, da an diesem Punkt einerseits die Wellendämpfung gleich Null ist und die Wellenphase entweder $n\pi$ oder

$(2n - 1) \frac{\pi}{2}$, ($n = 1 \dots \mu$), beträgt, andererseits der Wellenwiderstand Null oder unendlich groß ist. Wie die Betriebsdämpfung an dieser besonderen Stelle zu bestimmen ist, soll zusammen mit der praktischen Anwendung der Tafeln I bis III im Abschnitt 6 gezeigt werden.

Zum Schluß dieses Abschnittes sei noch folgendes vermerkt. Die Ausdrücke (46) und (53) hat FELDT-KELLER [2] — wenn auch teilweise auf anderem Wege abgeleitet — bereits angedeutet und ausgewertet. Leider finden sich bei CAUER [1] diese unkomplizierten und zugleich exakten Verbindungen von Wellenwiderstand, Wellenübertragungsmaß, Betriebsdämpfung und Echodämpfung nicht. Der in [1] angegebene Zusammenhang nach ZOBEL mit den dort definierten Größen „Stoßdämpfung“ und „Wechselwirkungsglied“ ist offenbar für die praktische Berechnung zu unübersichtlich und erlaubt nur über eine umständliche Rechnung die Wellenparameter für ein Filter mit vorgegebenen Betriebseigenschaften exakt festzulegen. Auch die in [1] wiedergegebenen Beziehungen nach KENNELLY erscheinen hierfür wegen der darin vorkommenden Hyperbelfunktionen mit komplexem Argument zu umständlich.

5. Der eingangsseitige Betriebswiderstand eines Wellenparameterfilters

Setzen wir die im Abschnitt 3 hergeleiteten Beziehungen zwischen den Kenngrößen der Wellenparametertheorie und den Elementen der Kettenmatrix (31) in die bekannte Form des primären Betriebswiderstandes ein und wählen für den normierten Abschlußwiderstand r_2 den Wert eins², so erhält man als allgemeine Form für \underline{w}_{b1}

$$\underline{w}_{b1} = \frac{\sqrt{\frac{w_1}{w_2}} \cosh \Gamma_w + \sqrt{w_1 w_2} \sinh \Gamma_w}{\frac{\sinh \Gamma_w}{\sqrt{w_1 w_2}} + \sqrt{\frac{w_2}{w_1}} \cosh \Gamma_w}. \quad (58)$$

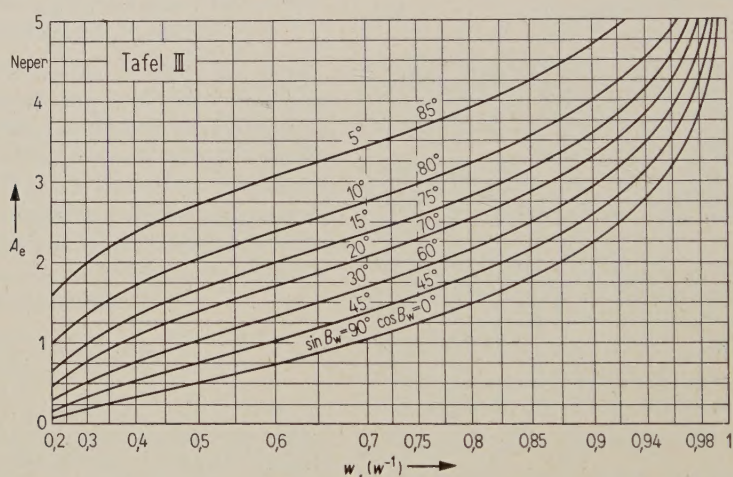
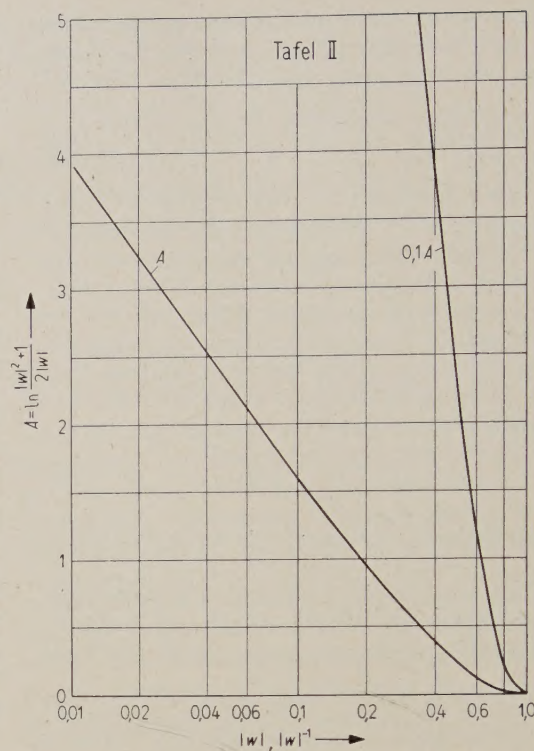
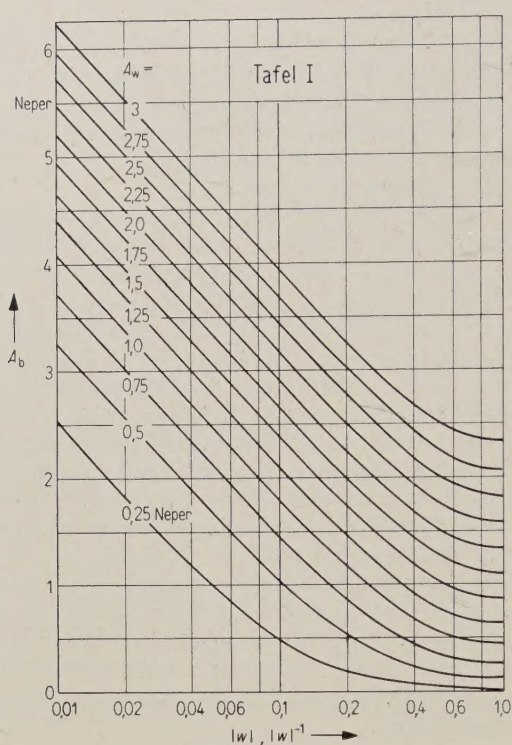
Hiervon ausgehend soll nun über dieselben Bedingungen, wie sie hinsichtlich der charakteristischen Funktion vorausgesetzt wurden, der normierte Betriebswiderstand symmetrischer und antisymmetrischer Wellenparameterfilter angegeben und diskutiert werden. Für den Durchlaßbereich eines symmetrischen Filters ergibt sich aus Gl. (58) wegen (34) und (47)

$$\underline{w}_{b1} = w \frac{\cos B_w + j w \sin B_w}{w \cos B_w + j \sin B_w} = w \frac{1 + j w \tan B_w}{w + j \tan B_w} \quad (59)$$

oder aufgelöst nach Real- und Imaginärteil

$$\underline{w}_{b1} = \frac{w^2}{w^2 + \tan^2 B_w} \times \left[(1 + \tan^2 B_w) + j \frac{w^2 - 1}{w} \tan B_w \right]. \quad (60)$$

² Dies ist gestattet, da w wie Γ_w Funktionen des normierten Frequenzparameters $\Lambda = j\Omega$ darstellen und $\underline{A}(\Lambda = 0) = \underline{u}$ oder $\underline{D}(\Lambda = 0) = \underline{u}^{-1}$ ergeben, während \underline{B} und \underline{C} verschwinden.



Zunächst erkennt man am Fall der Anpassung, $w = 1$, die Gültigkeit dieser Formen. Weiter muß an den weiteren Nullstellen der Betriebsdämpfung, $\tan B_w = 0$, ebenfalls Anpassung vorliegen. Auch dieses bestätigen Gl. (59) und (60). Von Interesse ist weiter der Charakter des Betriebswiderstandes bei einem Dämpfungsmaximum, nämlich bei $\tan B_w = \pm \infty$.

Wir erhalten hierbei aus Gl. (59)

$$w_{b1} = w^2. \quad (61)$$

Man bemerkt daraus die Tatsache, daß w_{b1} an den Maxima der Betriebsdämpfung (oder Minima der Echodämpfung) reelle Werte annimmt. Ganz im Gegensatz zum symmetrischen Betriebsparameterfilter, dessen Betriebswiderstand an diesen Stellen von komplexer Form ist.

Im Sperrbereich eines symmetrischen Filters ergibt sich aus Gl. (58), bei Berücksichtigung der Form des Wellenübertragungsmaßes, für den Betriebswiderstand

$$\begin{aligned} w_{b1} &= w \frac{\cosh A_w + w \sinh A_w}{w \cosh A_w + \sinh A_w} = \\ &= w \frac{1 + w \tanh A_w}{w + \tanh A_w}. \end{aligned} \quad (62)$$

Beachtet man die Voraussetzung (33), so nimmt der primäre Betriebswiderstand nur an den Sperrstellen des Filters ($\tanh A_w = 1$) rein imaginäre Werte an, es sei denn, diese Sperrstellen fallen mit einer Nullstelle oder einem Pol der Wellenwiderstandsfunktion zusammen. Die Form (62) ist beispielsweise bei einer Parallelschaltung mehrerer

Bandpässe von Bedeutung. Sie gestattet, eine etwaige gegenseitige Beeinflussung der parallelgeschalteten Filter hinsichtlich Betriebs- und Echodämpfung zu überblicken.

Wir wenden uns nun dem antimetrischen Filtertyp zu und entwickeln aus Gl. (58) den primären Betriebswiderstand bei Beachtung des Wellenwiderstandskriteriums (35) und des Charakters des Wellenübertragungsmaßes zu

$$\underline{w}_{b1} = w \frac{w \cos B_w + j \sin B_w}{\cos B_w + j w \sin B_w} = w \frac{w + j \tan B_w}{1 + j w \tan B_w} \quad (63)$$

oder nach Real- und Imaginärteil aufgelöst

$$\underline{w}_{b1} = \frac{w^2}{1 + w^2 \tan^2 B_w} \times \left[(1 + \tan^2 B_w) - j \frac{w^2 - 1}{w} \tan B_w \right]. \quad (64)$$

Der Betriebswiderstand eines antimetrischen Filters hat nach Gl. (63) und (64) eine ähnliche Tendenz wie derjenige eines symmetrischen Filters, der wesentlichste Unterschied besteht lediglich darin, daß die neben der Anpassung, $w = 1$, bestehenden, zusätzlichen „1“-Stellen bei $B_w = (2\nu - 1)\frac{\pi}{2}$ erscheinen, während der Fall nach Gl. (61) bei $B_w = \nu\pi$ eintritt.

Im Sperrbereich eines antimetrischen Filters verhält sich der eingangsseitige Betriebswiderstand wie folgt:

$$\underline{w}_{b1} = w \frac{\cosh A_w + w \sinh A_w}{w \cosh A_w + \sinh A_w} = w \frac{1 + w \tanh A_w}{w + \tanh A_w}. \quad (65)$$

Es ist dies dieselbe Form, wie sie sich schon bei Gl. (62) für symmetrische Filter ergab. Die hinsichtlich Gl. (62) bereits festgestellten Eigenschaften gelten somit auch für Gl. (65).

Ganz ähnlich wie die charakteristische Funktion φ in Abhängigkeit des Wellenwiderstandes und des Wellenübertragungsmaßes versagt auch die Grundform (58) an den Grenzfrequenzen, nämlich bei $w = 0$ und $A_w = 0$. Wie sich der Betriebswiderstand an dieser Stelle bestimmen läßt, soll zusammen mit demselben Problem hinsichtlich φ an späterer Stelle erläutert werden.

6. Praktische Anwendungen

Hierfür sollen zunächst die in der Folge benutzten Bezeichnungen festgelegt und definiert werden, wobei die in [1] angegebene Nomenklatur weitgehend verwendet wird. Es bedeuten:

- | | | |
|----------|---|-------|
| f_* | Grenzfrequenz des Betriebsdurchlaßbereichs eines Tief- oder Hochpasses, | (66a) |
| f_{-*} | untere } Grenzfrequenz des Betriebsdurchlaßbereichs eines Bandpasses oder einer Bandsperrre, | (66b) |
| f_{+*} | | |
| f_1 | Grenzfrequenz des Realintervalles der Wellenwiderstandsfunktion eines Tief- oder Hochpasses, | (66c) |
| f_{-1} | untere } Grenzfrequenz des Realintervalles der Wellenwiderstandsfunktion eines Bandpasses oder einer Bandsperrre, | (66d) |
| f_{+1} | | |

$\theta, (\theta^{-1})$ Verhältnis des zulässigen Maximal (Minimal)- Wertes zum Sollwert des Wellenwiderstandes innerhalb des Betriebsdurchlaßbereichs, (66e)

$f_0 = \sqrt{f_{+1}f_{-1}}$ Mittenfrequenz bei Bandpässen und Bandsperrern, (66f)

$\tau = f_{+1}/f_{-1}$, (66g)

$\Delta f_1 = f_{+1} - f_{-1}$ absolute Bandbreite, (66h)

$\delta = \Delta f_1/f_0$ relative Bandbreite, (66i)

κ Betriebsdurchlaßgrenze, und zwar für
Tiefpaß: $\kappa = f_*/f_1$,
Hochpaß: $\kappa = f_1/f_*$,
Bandpaß: $\kappa = (f_{+*} - f_{-*})/\Delta f_1$,
Bandsperrre: $\kappa = \Delta f_1/(f_{+*} - f_{-*})$; (66k)

Ω normierter Frequenzparameter, insbesondere ist für (67)

Tiefpaß: $\Omega = f/f_1$, (67a)

Hochpaß: $\Omega = f_1/f$, (67b)

frequenzsymmetrischen Bandpaß:
 $\Omega = (\eta^2 - 1)/\delta\eta$, (67c)

frequenzsymmetrische Bandsperrre:
 $\Omega = \delta\eta/(\eta^2 - 1)$, (67d)

frequenzunsymmetrischen Bandpaß:
 $\Omega = \frac{\tau + 1}{\tau - 1} \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2 + 1} = \frac{1}{a} \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2 + 1}$, (67e)

((67a) bis (67d) sind zugleich Reaktanztransformationen.)

$\eta = f/f_0$, (68a)

$A = j\Omega$ oder $j\eta$, (68b)

γ logarithmisches Frequenzmaß. (69)

Über die Transformationen (67a) bis (67d) errechnet sich γ im Bereich $1 < \Omega \leq \infty$ aus

$$\gamma = \ln \frac{\sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega} \quad \text{oder} \quad \Omega = \sqrt{\frac{1}{2} (\coth |\gamma| + 1)}, \quad (70)$$

und im Bereich $(0 < \Omega < 1)$ erhält man γ aus

$$\gamma = \ln \frac{\sqrt{1 - \Omega^2}}{\Omega} \quad \text{oder} \quad \Omega = \sqrt{\frac{1}{2} (1 - \tanh \gamma)}. \quad (71)$$

Bei frequenzunsymmetrischen Bandpässen bestimmt man γ über die Transformation (67e). Für die Bereiche

$$-\frac{\tau + 1}{\tau - 1} \leq \Omega < -1 \quad \text{und} \quad 1 < \Omega \leq \frac{\tau + 1}{\tau - 1}$$

erhält man

$$\gamma = \ln \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}} \quad \text{oder} \quad \Omega = -\coth \gamma, \quad (72)$$

und im Bereich $-1 < \Omega < +1$ ergibt sich

$$\gamma = \ln \sqrt{\frac{1 - \Omega}{1 + \Omega}} \quad \text{oder} \quad \Omega = -\tanh \gamma. \quad (73)$$

w normierte Wellenwiderstandsfunktion, (74a)

q normierte Wellenübertragungsfunktion³ eines symmetrischen Filters, (74b)

q' normierte Wellenübertragungsfunktion³ eines antimetrischen Filters. (74c)

Mit Ausnahme der unter (74) angeführten Kurzzeichen für die Wellenwiderstands- und Wellenübertragungsfunktion — diese sind bekanntlich Funktionen des normierten Frequenzparameters Ω oder des logarithmischen Frequenzmaßes — genügen für

³ In der Literatur [3] wird q mit Dämpfungsfunktion bezeichnet. Da q nicht nur über die Wellendämpfung sondern auch über die Wellenphase Auskunft erteilt, erscheint die Bezeichnung „Wellenübertragungsfunktion“ angebrachter.

einen Filterentwurf neben der in den vorhergegangenen Abschnitten definierten Betriebs-, Echo- und Wellendämpfung sowie des Betriebswiderstandes, die in (66) bis (73) angeführten Bezeichnungen und Formeln, wenn man von schaltungstechnischen Fragen absieht. Demgemäß dient als Ausgangspunkt zur Bestimmung der Wellenparameter eines Filters die Kenntnis

1. des Betriebsdurchlaßbereiches und der hierin minimal zulässigen Echodämpfung A_e oder des erwünschten Reflexionsfaktors p , wobei die Beziehung

$$e^{A_e} = p^{-1}$$

eine Überleitung vom einen zum anderen Maß ermöglicht.

2. des Sperrbereiches mit der hierin geforderten Betriebsdämpfung in Abhängigkeit von der Frequenz.
3. der Bedingungen, die der primäre oder sekundäre Betriebswiderstand gegebenenfalls innerhalb des Sperrbereiches zu erfüllen hat.

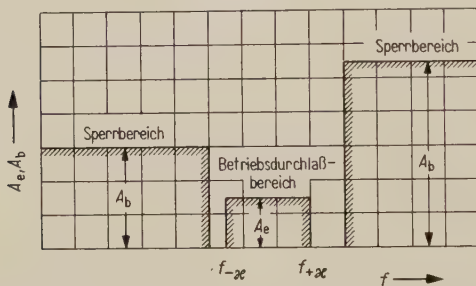


Bild 5. Echo- und Betriebsdämpfung in Abhängigkeit von der Frequenz.

Bild 5 zeigt als Beispiel eine derartige Forderung hinsichtlich Echo- und Betriebsdämpfung mit willkürlich gewählten Frequenzen.

Der Entwurf beginnt nun mit der Ermittlung einer geeigneten Wellenwiderstandsfunktion und deren Parameter. Wir kennen aus der Literatur die drei wichtigsten Klassen von Wellenwiderstandsfunktionen für einen normierten Tiefpaß, nämlich die Klasse α :

$$w = \theta \sqrt{\Lambda^2 + 1}, \quad (76a)$$

die Klasse β :

$$w = \frac{\theta}{\alpha_0^2} \frac{\Lambda^2 + \alpha_0^2}{\sqrt{\Lambda^2 + 1}} \quad (76b)$$

und die Klasse γ :

$$w = \frac{\theta \alpha_0^2}{\beta_0^2} \frac{\sqrt{\Lambda^2 + 1} (\Lambda^2 + \beta_0^2)}{\Lambda^2 + \alpha_0^2} \quad (76c)$$

und die über die Transformation (67c) aus Gl. (76a) bis (76c) abgeleiteten Bandpaß-Wellenwiderstandsfunktionen der Klasse „b“:

$$w = \frac{\theta}{\delta} \frac{\sqrt{(\Lambda^2 + \tau)(\Lambda^2 + 1/\tau)}}{\Lambda}, \quad (77a)$$

der Klasse „d“:

$$w = \frac{\theta}{\alpha_0^2 \delta} \frac{(\Lambda^2 + \alpha_{-1}^2)(\Lambda^2 + \alpha_{+1}^2)}{\Lambda \sqrt{(\Lambda^2 + \tau)(\Lambda^2 + 1/\tau)}} \quad (77b)$$

und der Klasse „f“:

$$w = \frac{\theta}{\delta} \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} \frac{\sqrt{(\Lambda^2 + \tau)(\Lambda^2 + 1/\tau)} (\Lambda^2 + \beta_{-1}^2)(\Lambda^2 + \beta_{+1}^2)}{\Lambda (\Lambda^2 + \alpha_{-1}^2)(\Lambda^2 + \alpha_{+1}^2)} \quad (77c)$$

Ersetzt man in Gl. (77a) bis (77c) den normierten Frequenzparameter Λ^2 durch $-(1 + a\Omega)/(1 - a\Omega)$, so erhält man die zur numerischen Auswertung vorteilhaften Funktionen:

$$\text{Klasse „b“: } w = \theta \frac{\sqrt{1 - \Omega^2}}{\sqrt{1 - a^2 \Omega^2}}, \quad (77d)$$

$$\text{Klasse „d“: } w = \theta \frac{1 - P^2 \Omega^2}{\sqrt{1 - \Omega^2} \sqrt{1 - a^2 \Omega^2}}, \quad (77e)$$

$$\text{Klasse „f“: } w = \theta \frac{\sqrt{1 - \Omega^2} (1 - P_2^2 \Omega^2)}{\sqrt{1 - a^2 \Omega^2} (1 - P_1^2 \Omega^2)}. \quad (77f)$$

Die Bandpaß-Zwischenklassen „a“, „c“ und „e“, sowie die Kehrwerte der Formen (76a) bis (77f) haben im allgemeinen nur eine schaltungstechnische Bedeutung. Sie werden deswegen nicht angegeben und in der Folge hinsichtlich der Bestimmung ihrer Parameter auch nicht behandelt.

Alle diese Funktionen sollen nun innerhalb des Betriebsdurchlaßbereiches wegen Gl. (16) zusammen mit Gl. (46) oder (53) den Wert „1“ im Tschebyscheffschen Sinne in einer bestimmten, von der geforderten Echodämpfung abhängigen Genauigkeit approximieren. Um dieses zu erzwingen, setzen wir zunächst in Gl. (76a) bis (76c) den normierten Frequenzparameter gleich Null und erhalten hierdurch die laut Gl. (66c) maximale zulässige Verhältniszahl θ . Ihre Verbindung zur Echodämpfung ergibt sich aus Gl. (50). Man erhält

$$\theta = \sqrt{\coth A_e/2}. \quad (78)$$

Verfolgt man nun den Verlauf des Wellenwiderstandes der Klasse α in Abhängigkeit von $\Lambda = j\Omega$, so erkennt man, daß dieser für zunehmendes Λ gegen Null strebt. Die untere Schranke θ^{-1} wird somit an der Betriebsdurchlaßgrenze κ unterschritten. Setzt man in Gl. (76a) für $\Lambda^2 = -\kappa^2$ ein und löst die Gleichung

$$\theta \sqrt{1 - \kappa^2} = \theta^{-1}, \quad (79)$$

so erhält man als Betriebsdurchlaßgrenze der Klasse α bei Berücksichtigung von Gl. (78)

$$\kappa = \frac{1}{\cosh A_e/2}. \quad (80)$$

Der Wellenwiderstandsverlauf der Klasse β muß bei zunehmendem Λ wegen des im Nenner auftretenden Wurzelfaktors zuerst den unteren Wert θ^{-1} erreichen, um dann an dessen Betriebsdurchlaßgrenze über den Wert θ gegen unendlich zu gehen.

langen. Wir suchen zunächst das Minimum θ^{-1} und ermitteln daraus α_0^2 in Abhängigkeit von θ . Bei Verwendung von Gl. (78) ergibt sich

$$\alpha_0^2 = 2 \cosh \frac{A_e}{2} \left/ \left(\cosh \frac{A_e}{2} + 1 \right) \right. \quad (81)$$

und schließlich als Betriebsdurchlaßgrenze κ der Klasse β

$$\kappa = 2 \sqrt{\cosh \frac{A_e}{2} \left/ \left(\cosh \frac{A_e}{2} + 1 \right) \right.}. \quad (82)$$

Vergleicht man Gl. (80) und (82), so erkennt man, daß bei gegebener Echodämpfung der Betriebsdurchlaßbereich der Wellenwiderstandsklasse β gegenüber der Klasse α wesentlich vergrößert ist.

Für zahlreiche Anforderungen genügen die Klassen α und β . Erst bei extremen Bedingungen hinsichtlich Flankensteilheit oder Echodämpfung ist man gehalten, die Wellenwiderstandsklasse γ anzuwenden. Diese Klasse erreicht im Durchlaßbereich zweimal den Wert θ , tangiert einmal den Wert θ^{-1} und unterschreitet diesen bei κ . Die Ermittlung der Parameter dieser Wellenwiderstandsfunktion erfolgt nach derselben Methode, wie sie für die Klasse β schon angewendet wurde. Ohne deren Verlauf im einzelnen zu beschreiben, sei für die Parameter folgendes vermerkt:

$$\alpha_0^2 = \frac{\beta_0^2}{2\beta_0 - 1}, \quad (83)$$

$$1 < \beta_0 \leq 2, \quad 1 < \alpha_0 \leq 2/\sqrt{3},$$

$$\theta^2 = \frac{(2\beta_0 - 1)\sqrt{2\beta_0 - 1}}{(\beta_0 + 1)\sqrt{\beta_0^2 - 1}}, \quad (84)$$

$$\kappa = \beta_0 \sqrt{\beta_0 \frac{(2 - \beta_0)}{(2\beta_0 - 1)}}. \quad (85)$$

Den Parameter β_0 bestimmt man aus der Gleichung

$$\begin{aligned} \beta_0^4 - 2\beta_0^3 \left(4 \tanh^2 \frac{A_e}{2} - 1 \right) + 12\beta_0^2 \tanh^2 \frac{A_e}{2} - \\ - 2\beta_0 \left(3 \tanh^2 \frac{A_e}{2} + 1 \right) - \left(1 - \tanh^2 \frac{A_e}{2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (86)$$

wobei eine Nullstelle laut Gl. (83) zwischen 1 und 2 liegt. Die weiteren Wurzeln von Gl. (86) brauchen nicht gesucht zu werden.

Die Parameter der Bandpaß-Wellenwiderstandsklassen „b“ bis „f“ werden über die Transformationen (67c) und (67e) aus den Tiefpaßklassen ermittelt. Es erübrigt sich somit eine gesonderte Berechnung.

Die Wahl einer geeigneten Wellenwiderstandsklasse erfolge beispielsweise über die Bestimmung der Betriebsdurchlaßgrenze κ für die Klassen α und β , was mit Hilfe von Funktionentafeln schnell geschehen ist. Danach ermittelt man — je nach Filtertyp — über Gl. (66c), (66d) und (66k) die Grenzfrequenzen f_{+1} , f_{-1} des Realintervalls der jeweiligen Wellenwiderstandsklasse. Ergeben sich hierbei für beide Klassen Werte, welche zwischen dem Be-

triebsdurchlaßbereich und dem Sperrbereich liegen, so entschließt man sich im allgemeinen für die Klasse α . Ergibt diese Berechnung für die Klasse α Grenzfrequenzen, die bereits innerhalb des geforderten Sperrbereichs liegen, so muß man sich für die Wellenwiderstandsklasse β entscheiden. Erscheinen auch hier die Grenzfrequenzen innerhalb des Sperrbereichs, so ist man gezwungen, die Parameter der Wellenwiderstandsklasse γ zu ermitteln. In den weitaus meisten Fällen wird jedoch die Klasse α oder β genügen.

Ist nun die für eine gewünschte Mindestechodämpfung erforderliche Wellenwiderstandsfunktion bestimmt, so legt man über Gl. (16), (51) oder (57) — bei Betriebsdämpfungen über 3 Neper aus Gl. (52) — die erforderliche Wellendämpfung fest und sucht diese durch eine geeignete Wellenübertragungsfunktion q bzw. q' möglichst gut zu approximieren.

Bekanntlich ist laut [1] der Zusammenhang von Wellenübertragungsfunktion und Wellenübertragungsmaß für symmetrische Filter durch

$$q = \tanh \frac{\Gamma_w}{2} \quad \text{bzw.} \quad q = \coth \frac{\Gamma_w}{2} \quad (87)$$

und für antimetrische Filter durch

$$q' = \tanh \left(\frac{\Gamma_w}{2} \pm \frac{j\pi}{4} \right) \quad (88)$$

$$\text{bzw.} \quad q' = \coth \left(\frac{\Gamma_w}{2} \pm \frac{j\pi}{4} \right)$$

beschrieben. Aus [1] sind weiterhin deren Verbindungen zu einem der normierten Frequenzparameter (67a) bis (67d) bekannt. Hier interessieren in erster Linie die Grundformen von Gl. (87) und (88), nämlich

$$q_0 = \frac{\sqrt{\Omega^2 - 1}}{m\Omega} \quad (89)$$

$$\text{und} \quad q'_0 = \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}} \quad (90)$$

beim Tiefpaß, sowie

$$q_0 = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{\eta^2 - \tau}{\eta^2 - 1/\tau}} \quad (91)$$

$$\text{und} \quad q'_0 = \sqrt{\frac{(\eta - \sqrt{\tau})(\eta + 1/\sqrt{\tau})}{(\eta + \sqrt{\tau})(\eta - 1/\sqrt{\tau})}} \quad (92)$$

für den frequenzunsymmetrischen Bandpaß.

Für die numerische Auswertung von Gl. (91) und (92) sind über die Transformation (67e) die Formen

$$q_0 = \frac{1}{m'} \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}} \quad (93)$$

$$\text{und} \quad q'_0 = \sqrt{\frac{2\sqrt{\tau}\Omega - (\tau + 1)\sqrt{1 - a^2\Omega^2}}{2\sqrt{\tau}\Omega + (\tau + 1)\sqrt{1 - a^2\Omega^2}}} \quad (94)$$

der Wellenübertragungsfunktion von Bedeutung.

Genau wie bei den Wellenwiderstandsfunktionen haben auch die Kehrwerte der Wellenübertragungs-

funktion lediglich eine schaltungstechnische Bedeutung. Sie wurden daher nicht besonders vermerkt.

Erwähnenswert ist noch der bei Gl. (89), (91) und (93) auftretende Faktor m bzw. m' . Er gestattet, die „1“-Stelle der Wellenübertragungsfunktion, diese entspricht wegen Gl. (87) einer Dämpfungsspitze, bei jeder beliebigen Frequenz des Sperrbereichs auftreten zu lassen. Seinen Zahlenwert bestimmt man aus der Bedingung $q = 1$ für $\Omega(\eta) = \Omega_\infty(\eta_\infty)$.

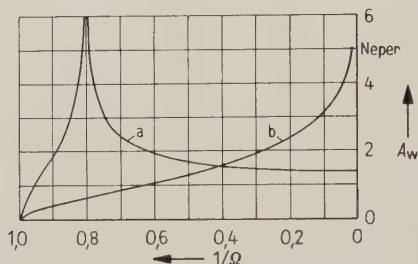


Bild 6. Wellendämpfung in Abhängigkeit von Ω der Formen (89) (Kurve a) und (90) (Kurve b).

Den Verlauf der Wellenübertragungsfunktionen (89) und (90) zeigt Bild 6. Hierbei wurde für die Kurve a der Wert von m zu 0,6 angenommen. Die Dämpfungsspitze erscheint demnach bei $\Omega = 1,25$. Man erkennt daraus, daß beispielsweise die Grundform (89) der Wellenübertragungsfunktion nur geringe Dämpfungsanforderungen erfüllen kann. Wir müssen offenbar eine Wellenübertragungsfunktion höheren Grades ermitteln. Hierfür kommt uns die Tatsache entgegen, daß sich das Wellenübertragungsmaß (gegenseitig angepaßter Teilvierpole) addiert. Es gilt also

$$\Gamma_{wges} = \sum_{v=1}^v \Gamma_{wv}, \quad (95)$$

was für den Sperrbereich eine Summierung von Dämpfungswerten A_w und beim Durchlaßbereich eine solche von Phasenbeiträgen bedeutet. Hat man nun mit einzelnen Wellenübertragungsfunktionen q_0 (zusammen mit q'_0 bei antimetrischen Filtern) ein gegebenes Dämpfungsschema innerhalb des Sperrbereichs erfüllt, so kann man die Wellenübertragungsfunktion aufstellen. Hierzu benutzt man das Additionstheorem

$$\tanh(\alpha + \beta) = \frac{\tanh \alpha + \tanh \beta}{1 + \tanh \alpha \tanh \beta} \quad (96)$$

und setzt hierin für $\tanh \alpha$, $\tanh \beta$ jeweils eine Grundform (89) bis (94) ein. So erhält man bei drei gegebenen Wellenübertragungsfunktionen q_1 , q_2 und q_3 für die „zusammengesetzte“ Wellenübertragungsfunktion

$$q = \frac{q_1 q_2 q_3 + q_1 + q_2 + q_3}{q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3 + 1}. \quad (97)$$

Praktisch wird man zur Aufstellung der Grundformen (89) bis (94) zur Erfüllung eines vorgeschriebenen Dämpfungsverlaufs das RUMFELTSche Schablonenverfahren [11] benützen. Die Faktoren „ m “ kann man direkt aus dem hierin verwendeten log-

arithmischen Frequenzmaß γ (siehe Gl. (70) und (72)) ermitteln. Im einzelnen gilt hierfür:

$$m = e^{-|\gamma|} \quad \text{für Gl. (89),} \quad (98)$$

$$m = \sqrt{\tau} e^{\gamma_0} \quad \text{für Gl. (91)} \quad (99)$$

$$\text{und} \quad m' = e^{\gamma_0} \quad \text{für Gl. (93).} \quad (100)$$

Dieses Verfahren gestattet außerdem bei gegebenen Dämpfungsspitzen den Verlauf der Wellenphase innerhalb des Durchlaßbereichs festzustellen, was eine einfache Auswertung der Tafel III hinsichtlich des Betriebsverhaltens im Durchlaßbereich und der Formen (60) oder (64) für den Betriebswiderstand ermöglicht.

Nun ist man in der Lage, die Betriebsdämpfung und den Betriebswiderstand an den Grenzfrequenzen zu bestimmen. Zunächst sei hierfür die Verbindung von $\cosh \Gamma_w$ und $\sinh \Gamma_w$ und der soeben angedeuteten Wellenübertragungsfunktionen angegeben. Für symmetrische Filter ist

$$\cosh \Gamma_w = \frac{q^2 + 1}{q^2 - 1} \quad \text{und} \quad \sinh \Gamma_w = \frac{2q}{q^2 - 1}, \quad (101)$$

während bei antimetrischen Filtern die Beziehungen

$$\cosh \Gamma_w = \frac{1}{j} \frac{2q'}{q'^2 - 1} \quad (102)$$

und

$$\sinh \Gamma_w = \frac{1}{j} \frac{q'^2 + 1}{q'^2 - 1}$$

gelten. Es ergibt sich daraus für die charakteristische Funktion φ eines symmetrischen Filters nach Gl. (46)

$$\varphi = \frac{q}{q^2 - 1} \frac{w^2 - 1}{w}, \quad (103)$$

und für diese Funktion eines antimetrischen Filters folgt aus Gl. (53)

$$\varphi = \frac{1}{j} \frac{q'}{q'^2 - 1} \frac{w_1^2 - 1}{w_1}. \quad (104)$$

Der primäre Betriebswiderstand Gl. (58) eines symmetrischen Filters ist demnach

$$\underline{w}_{b1} = w \frac{q^2 + 1 + 2wq}{2q + w(q^2 + 1)} \quad (105)$$

und derjenige eines antimetrischen Filters

$$\underline{w}_{b1} = w_1 \frac{q'^2 + 1 + 2w_1 q'}{2q' + w_1(q'^2 + 1)}. \quad (106)$$

Da in q , q' und w dieselben Wurzelfaktoren vorhanden sind, kann man diese in Gl. (103) bis (106) eliminieren. Man erhält dann für diese Ausdrücke an den Grenzfrequenzen endliche Werte.

7. Beispiele

Die nachfolgenden Berechnungen werden, soweit notwendig, zehnstellig durchgeführt.

Beispiel 1

Es ist ein Tiefpaß für folgende Anforderungen zu entwerfen:

1. Betriebsdurchlaßbereich:

- a) Betriebsdurchlaßgrenze: $f = 54 \text{ kHz}$,
b) Reflexionsfaktor: $p \leq 10\%$.

2. Sperrbereich:

- a) $60 \text{ kHz} \dots \infty$
b) Sperrdämpfung $A_b \geq 7,5 \text{ Neper}$.

3. Betriebswiderstand:

Für den Sperrbereich sind keine besonderen Bedingungen zu erfüllen.

Die „1“-Stellen der Wellenwiderstandsfunktion sind im Durchlaßbereich bei

$$\gamma \approx +0,356 \quad \text{und} \quad \gamma \approx -1,052,$$

während die „j“-Stellen im Sperrbereich bei

$$\gamma \approx -0,219 \quad \text{und} \quad \gamma \approx -1,63$$

erscheinen.

Die folgenden Tabellen geben den Verlauf des Wellenwiderstandes im Durchlaß- und Sperrbereich an. Bei dieser Berechnung genügen drei bis vierstellige Endwerte.

Durchlaßbereich:

γ	3	2	1,5	1	0,75	0,5	0,25	0
w	1,105	1,100	1,091	1,068	1,047	1,026	0,985	0,948
γ	-0,25	-0,5	-0,75	-1	-1,25	-1,5	-1,75	-2
w	0,917	0,904	0,922	0,980	1,092	1,267	1,520	1,867

Sperrbereich:

$ \gamma $	0,03	0,06	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$ w $	3,445	2,384	1,741	1,078	0,748	0,527	0,357	0,214
$ \gamma $	0,7	0,75	0,77	0,78	0,8	0,9	1	1,1
$ w $	0,0882	0,029	0,006	0,006	0,028	0,140	0,249	0,357

Die einem Reflexionsfaktor von 10% entsprechende Echodämpfung ist nach Gl. (75)

$$A_e = 2,3 \text{ Neper}.$$

Daraus erhält man nach Gl. (78) die maximal zulässige Verhältniszahl

$$\theta = 1,105830909$$

und als Betriebsdurchlaßgrenze κ für die Wellenwiderstandsklassen α und β wegen Gl. (80) und (82)

$$\kappa_\alpha = 0,5755677256 \quad \kappa_\beta = 0,9630329263.$$

Bei der Wellenwiderstandsklasse α erscheint die Grenzfrequenz des Realintervalls innerhalb des geforderten Sperrbereichs. Diese Klasse kann folglich nicht verwendet werden. Bei der Klasse β erhält man für diese Grenzfrequenz $f_{+1} = 56,07284914 \text{ kHz}$. Sie ist außerhalb des Sperrbereichs. Man muß somit diese Klasse für den Filterentwurf einsetzen.

Nach Ermittlung der Parameter dieser Klasse nach Gl. (78) in (81) erhält man die Wellenwiderstandsfunktion

$$w = 0,8711557457 \frac{A^2 + 1,269383706}{\sqrt{A^2 + 1}}$$

oder bei Verwendung der Transformationen (70) und (71) für den Durchlaßbereich

$$w = 0,6160001354 \frac{1,538767412 + \tanh \gamma}{\sqrt{1 + \tanh \gamma}}$$

und für den Sperrbereich

$$|w| = 0,6160001354 \frac{1,538767412 - \coth |\gamma|}{\sqrt{\coth |\gamma| - 1}}.$$

Nun erfolgt die Aufstellung einer geeigneten Wellenübertragungsfunktion zur Approximation der geforderten Betriebsdämpfung über das RUMPELTSCHE Schablonenverfahren [11]. Aus der Transformation (70) erhalten wir das logarithmische Frequenzmaß der Sperrgrenze bei 60 kHz zu

$$\gamma \approx -1,033.$$

Da eine Betriebsdämpfung von 7,5 Neper erwünscht ist, kann man in der hierfür notwendigen Skizze wegen der Form (52) diesen Wert sofort einzeichnen. Hiernach trägt man mit Hilfe der Tafel II die Werte von $\ln(|w|^2 + 1)/2|w|$ (für Wellenwiderstandsbeträge, welche größer als eins sind, verwendet man deren Kehrwert) in Abhängigkeit des Frequenzmaßes γ ein. Diese Kurve erscheint ähnlich einer Dämpfungskurve der Wellenübertragungsfunktion (89), im vorliegenden Fall mit einer Spitze bei $\gamma \approx -0,775$, nämlich an der Nullstelle des Wellenwiderstandes, und bei $\gamma = 0$. Nach dieser Vorbereitung werden die Wellendämpfungskurven $A_w = f(\gamma)$ eingetragen, die einzelnen Beträge addiert und davon 0,7 Neper subtrahiert. Damit erhält man als resultierende Kurve sofort die zu erwartende Betriebsdämpfung. Bild 7 zeigt dieses Verfahren für das Beispiel I. Man erkennt, daß mit vier zusätzlichen Wellendämpfungen nach Gl. (89) das eingezeichnete Toleranzschema der Betriebsdämpfung bereits sehr gut erfüllt werden konnte.

Die „1“-Stellen der Wellenübertragungsfunktion liegen laut Skizze bei $\gamma = -1,02$; $-0,64$; $-0,3$ und $-0,08$. Wir haben damit vier Grundfunktionen (89), nämlich

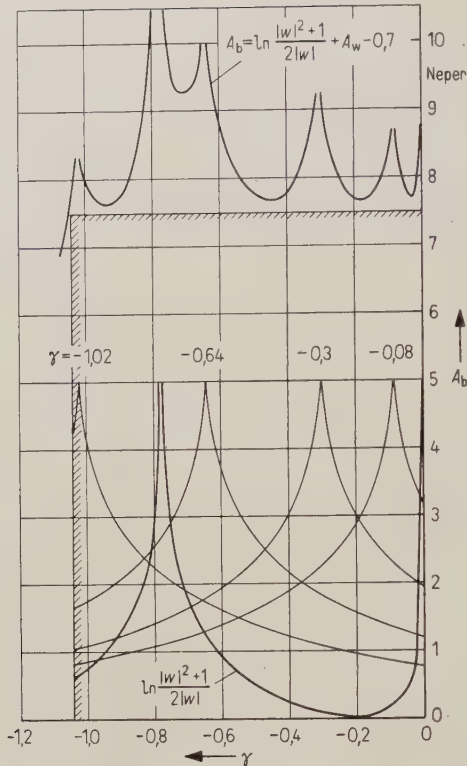


Bild 7. Die Ermittlung der „I“-Stellen der Wellenübertragungsfunktion für Beispiel 1.

$$q_1 = \frac{\sqrt{A^2 + 1}}{0,360595 A}, \quad q_2 = \frac{\sqrt{A^2 + 1}}{0,527292 A},$$

$$q_3 = \frac{\sqrt{A^2 + 1}}{0,740818 A}, \quad q_4 = \frac{\sqrt{A^2 + 1}}{0,923116 A}.$$

Über Gl. (96) ergibt sich die zusammengesetzte Wellenübertragungsfunktion

$$q_{\text{ges}} = \frac{1}{1,001732925} \times \frac{A \sqrt{A^2 + 1} (A^2 + 0,7342543363)}{(A^2 + 0,3034158394) (A^2 + 0,9462744436)}.$$

Nun kann die Wellenphase numerisch aus der Wellenübertragungsfunktion, oder graphisch mit

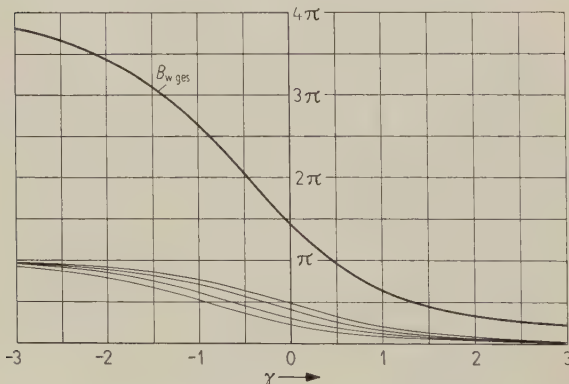


Bild 8. Die Wellenphase B_w in Abhängigkeit von γ für Beispiel 1.

Hilfe des RUMPELTschen Verfahrens, ermittelt werden. Bild 8 zeigt das Ergebnis, wobei der Einfachheit wegen das RUMPELTsche Verfahren angewendet wurde. Zusammen mit der Tabelle über den Verlauf des Wellenwiderstandes innerhalb des Betriebsdurchlaßbereichs und dem jetzt zur Verfügung stehenden Phasenverlauf kann man sich hinsichtlich der zu erwartenden Echodämpfung über die Tafel III einen Überblick verschaffen. Das Ergebnis zeigt Bild 9. Man erkennt, daß auch hier die geforderten 2,3 Neper an keiner Stelle unterschritten werden.

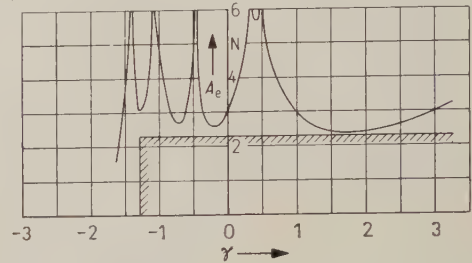


Bild 9. Echodämpfung in Abhängigkeit vom logarithmischen Frequenzmaß γ .

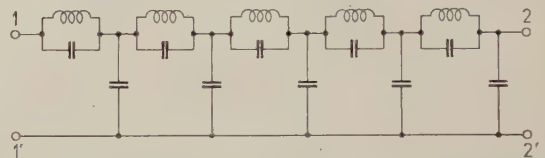


Bild 10. Realisierung der durch die vorgeschriebenen w und q gegebenen Widerstandsmatrix in eine Ketenschaltung mit „II“-Charakteristik der Betriebswiderstände.

Die Realisierung des Filters erfolgt vorteilhaft über die in [1] angegebenen Rechenvorschriften. Eine nach diesen Verfahren ermittelte Schaltung zeigt Bild 10. Man erkennt daraus, daß das geforderte Betriebsverhalten durch eine Ketenschaltung mit 5 Spulen und 10 Kondensatoren erreicht werden kann. Dies ist ein recht interessantes Ergebnis. Berechnet man nämlich den geforderten Tiefpaß nach dem Verfahren der Betriebsparametertheorie, so dient als Ausgangspunkt eine charakteristische Funktion vom Grade 10 mit einer sogenannten doppelten Sperrstelle bei $\Omega = \infty$. Man erhält hierdurch ein antimetrisches Filter, dessen Ketenschaltung minimal 5 Spulen und 9 Kondensatoren aufweist. Eine gewichtige Einsparung an Bauelementen wird durch die Anwendung der Betriebsparametertheorie im vorliegenden Fall offensichtlich nicht erreicht.

Beispiel 2

Es sind die Wellenwiderstandsfunktion und die Grundformen der Wellenübertragungsfunktion für einen frequenzunsymmetrischen Bandpaß bei folgenden Betriebsanforderungen aufzustellen:

1. Betriebsdurchlaßbereich: 48,3 bis 51,4 kHz, hierin maximal zulässiger Reflexionsfaktor: $p \leq 25\%$.

2. Sperrbereiche:

- a) 0 bis 47,7 kHz mit $A_b \geq 7,5$ Neper,
b) 52,3 kHz bis ∞ mit $A_b \geq 4,5$ Neper.
3. Der Betriebswiderstand zeige zumindest an einer Filterseite „T“-Charakteristik. Es sind nach Möglichkeit Nullstellen innerhalb der Sperrbereiche zu vermeiden.

Zunächst erhält man für $p = 25\%$ eine Echo-dämpfung $A_e = 1,386$ Neper. Die maximal zulässige Verhältniszahl θ ist 1,291095659. Als Betriebsdurchlaßgrenze κ der Wellenwiderstandsklasse „b“ erhält man 0,8000704061. Bei gegebenem Δf_κ von 3,1 kHz ist nach Gl. (66k) die Bandbreite des Realintervalls $\Delta f_1 = 3,874659$ kHz und die Grenzfrequenzen sind

$f_{+1} = 51,80087575$ kHz

und $f_{-1} = 47,92621675$ kHz.

Sie fallen nicht in die geforderten Sperrbereiche. Wir können also die Bandpaß-Wellenwiderstandsklasse „b“ anwenden und erfüllen damit gleichzeitig die Betriebswiderstandsforderung. Die Wellenwiderstandsfunktion lautet damit bei Verwendung der Form (77a)

$$w = 1,291095659 \sqrt{\frac{1 - \Omega^2}{1 - a^2 \Omega^2}},$$

$a^2 = 1,509526218 \cdot 10^{-3}$

oder bei Einsatz von Gl. (72)

$$w = j 1,291095659 \sqrt{\frac{\coth^2 \gamma - 1}{1 - a^2 \coth^2 \gamma}},$$

$a^2 = 1,509526218 \cdot 10^{-3}.$

Die „j“-Stellen von w sind bei $\Omega = \pm 1,264302102$ oder $\gamma \approx \pm 1,074$. Den Verlauf von $|w|$ im Sperrbereich gibt die folgende Tabelle an:

γ	$\pm 0,1$	$\pm 0,15$	$\pm 0,2$	$\pm 0,4$
$ w $	14,00	8,88	6,54	3,16
γ	$\pm 0,6$	$\pm 0,8$	$\pm 1,25$	$\pm 1,5$
$ w $	2,41	1,461	0,806	0,607

Der Sperrbereich zeigt sich im logarithmischen Frequenzmaß wie folgt:

$f = 0: \quad \gamma \approx +0,039 = \frac{1}{2} \ln \tau,$

$f = 47,7 \text{ kHz}: \gamma \approx +1,43,$

$f = 52,3 \text{ kHz}: \gamma \approx -1,105,$

$f = \infty: \quad \gamma \approx -0,039 = -\frac{1}{2} \ln \tau.$

Die Approximation des gegebenen Toleranzschemas erfolgt in gleicher Weise, wie es im Beispiel 1 bereits durchgeführt wurde. Das Ergebnis zeigt Bild 11. Man erkennt, daß mit vier Dämpfungsanteilen — davon ein Anteil bei $f = 0$ im unteren Sperrbereich, ein Dämpfungsanteil im oberen Sperrbereich, sowie je eine Dämpfungskurve der Wellenübertragungsfunktion q' für antimetrische Bandpässe bei $f = 0$ und $f = \infty$ — die geforderte Betriebsdämpfung erreicht wird. Die Grundformen der Wellenübertragungsfunktion (93) lauten demnach:

$$q_1 = \frac{1}{4,014850} \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}},$$

$$q_2 = \frac{1}{3,064854} \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}},$$

$$q_3 = \frac{1}{2,033991} \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}},$$

$$q_4 = \frac{1}{1,039637597} \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}},$$

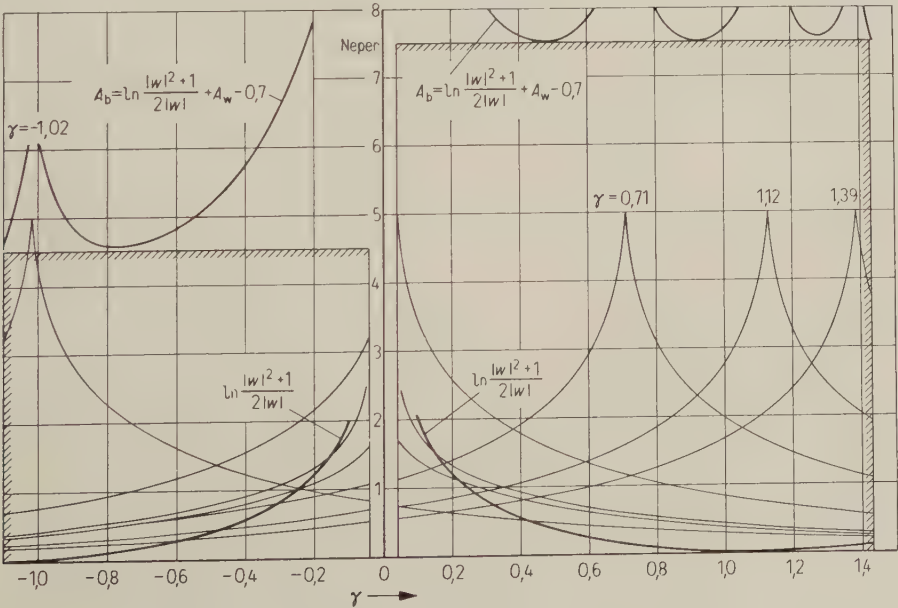


Bild 11. Ermittlung der „l“-Stellen der Wellenübertragungsfunktion für Beispiel 2.

$$q_5 = \frac{1}{0,360595} \sqrt{\frac{\Omega - 1}{\Omega + 1}},$$

$$q' = \sqrt{\frac{2\sqrt{\tau}\Omega - (\tau + 1)\sqrt{1 - a^2\Omega^2}}{2\sqrt{\tau}\Omega + (\tau + 1)\sqrt{1 - a^2\Omega^2}}}.$$

Die Realisierung dieses Filters erfolgt zweckmäßigerweise durch eine Kettenschaltung gegenseitig angepaßter Teilfilter. Eine mögliche Form des Bandpasses sieht man in Bild 12. Es zeigt, daß die erwünschten Betriebseigenschaften mit einer Kettenschaltung von 7 Spulen und 14 Kondensatoren erreicht werden können.

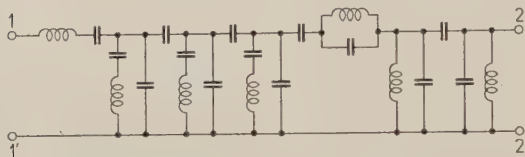


Bild 12. Spulensparende Kettenschaltung des geforderten Bandpasses.

8. Abschließende Bemerkungen

Es werden die Betriebseigenschaften von Reaktanzvierpolen mit vorgegebener Kettenmatrix, speziell von sogenannten Wellenparameterfiltern studiert. Hierbei zeigt sich, daß zwischen den Kenngrößen der Wellenparametertheorie und den Betriebseigenschaften derartiger Vierpole übersichtliche und zugleich exakte Beziehungen existieren, wenn man auch für das Wellenparameterfilter die charakteristische Funktion φ einführt und dabei — in gleicher Weise wie bei der Betriebsparametertheorie — mit dimensionslosen, normierten Parametern operiert. Es lassen sich hierdurch neue Dimensionierungsvorschriften für die bekannten Wellenwiderstandsfunktionen angeben, die zusammen mit einer geeigneten Wellenübertragungsfunktion die optimale Bemessung eines Wellenparameterfilters erlauben. Schließlich wird an Hand von Beispielen die Anwendung dieser Vorschriften demonstriert.

Es zeigt sich dabei, daß ein derart bemessenes Wellenparameterfilter hinsichtlich Aufwand an Bau-

elementen einem nach den Vorschriften der Betriebsparametertheorie entwickelten Filters bei gleichen Betriebseigenschaften durchaus nicht unterlegen zu sein braucht. Es wird dies bei „hochgradigen“ Filtern (im Sinne des Grades des Zählerpolynoms h der charakteristischen Funktion φ) besonders zur Geltung kommen. Eine Berechnung derartiger Filter nach den Vorschriften der Betriebsparametertheorie mit den bisher bekannten Methoden, nimmt u. a. wegen der unbedingt erforderlichen Genauigkeit eine erhebliche Zeitspanne in Anspruch oder erfordert komplizierte, technische Hilfsgeräte. Die sich durch dieses Verfahren, dessen theoretische Perfektion außer Zweifel steht, einstellende Einsparung relativ weniger Bauelemente, wie man es aus dem vorgelegten Beispiel 1 ersieht, rechtfertigt oftmals kaum die zeitlich oder materiell aufwendigen Rechenoperationen.

Schrifttum

- [1] CAUER, W., Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. Akademie-Verlag, Berlin 1954.
- [2] FELDTKELLER, R., Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik. S. Hirzel Verlag, Leipzig 1942.
- [3] FELDTKELLER, R., Einführung in die Siebschaltungstheorie. S. Hirzel Verlag, Leipzig 1939.
- [4] FETZER, V., Vergleich von Filtern nach der Wellenparametertheorie mit den Filtern der Betriebsparametertheorie und die neuzeitlichen Methoden der Filterberechnung. A.E.U. **10** [1956], 225–240.
- [5] GLOWATZKI, E., Katalog der Potenz- und Tschebyscheff-Filter bis zum Grade $n = 5$. Telefunken-Ztg. **28** [1955], 15–22.
- [6] HAASE, K. H., Graphische Verfahren zur Eigenschaftskonstruktion elektrischer Wellenfilter auf der Grundlage der Wellenparameter. Telegr. Fernspr. Tech. **30** [1941], 169–175, 197–205, 231–235.
- [7] HAASE, K. H., Anleitung zur Konstruktion von Filtern nach der Theorie der Wellenparameter. Telegr. Fernspr. Tech. **33** [1944], 107–120.
- [8] HAASE, K. H., Die Grundzüge der Filtertheorie und Filtertechnik. Funk u. Ton **6** [1952], 505–519.
- [9] PILOTY, H., Beiträge zur Berechnung von Wellenfiltern. Elekt. Nachr. Tech. **15** [1938], 37–64.
- [10] PILOTY, H., Kanonische Kettenschaltungen für Reaktanzvierpole mit vorgegebenen Betriebseigenschaften. Telegr. Fernspr. Tech. **29** [1940], 249–258, 279–290, 320–325.
- [11] RUMPELT, E., Schablonenverfahren für den Entwurf elektrischer Wellenfilter auf der Grundlage der Wellenparameter. Telegr. Fernspr. Tech. **31** [1942], 203–210.
- [12] SAAL, R., Die Grundzüge des Entwurfs von Siebschaltungen nach modernen Berechnungsmethoden. AEG Inf. Mappe 11/12, August 1954.
- [13] WISGRILL, F., Berechnung von Siebschaltungen und dgl. mit Hilfe des Betriebsübertragungsmaßes. Telegr. Fernspr. Tech. **29** [1940], 74–77.
- [14] WUCHERER, H., Die Betriebsmaße antimetrischer Siebketten und deren Nutzenanwendung. Telegr. Fernspr. Tech. **30** [1941], 277–284.

Frequenzsteuerung und Frequenzschwankungen des astabilen Multivibrators

Von GEORG LINCKELMANN, München

Mitteilung aus dem Institut für Elektrische Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Aachen

(A.E.Ü. 14 [1960], 299 — 313; eingegangen am 7. April 1960)

DK 621.373.431.1

Der astabile Multivibrator, der vielfach als Erzeuger von Rechteckspannungen verwendet wird, gestattet bekanntlich eine Steuerung der Impulsfolgefrequenz mit Hilfe der Gittervorspannung in einem Bereich von größenordnungsmäßig etwa 1:5. Eine von R. THEILE und R. FILIPOWSKY im Jahre 1942 beschriebene modifizierte Multivibratorschaltung, die ursprünglich zur Verbesserung der Impulsflanken gedacht war, gestattet eine gleiche Steuerungsart, aber mit wesentlich größerem Frequenzbereich von z. B. 1:100 oder 1:400 usw. Diese Schaltung wird hinsichtlich der Frequenzsteuerung sowie der dabei auftretenden Frequenzschwankungen untersucht. Die Ergebnisse enthalten den einfachen Multivibrator als Sonderfall. Die Schaltung kann entweder mit Röhren oder mit Transistoren aufgebaut werden.

The astable multivibrator finds many applications as a square-wave generator and is known to allow the pulse repetition frequency to be controlled by means of the grid bias over a range of the order of 1:5. A modified multivibrator circuit, as described by R. THEILE and R. FILIPOWSKY in 1942 and originally intended for an improvement of the pulse edges, allows a similar type of control, but with a far wider frequency range of, for instance, 1:100 or 1:400, etc. The paper studies this circuit with respect to the frequency control and the related frequency variations. The results include the straight multivibrator as a special case. The circuit can be realized either with tubes or with transistors.

Einleitung

Einführend sei kurz an die Arbeitsweise des astabilen Multivibrators erinnert; Bild 1a zeigt ihn in seinem einfachsten und bekanntesten Schaltungsaufbau. Zur Betrachtung soll die beiden Gittern gemeinsame Vorspannung U_V gleich Null sein. Der astabile Multivibrator kippt selbsttätig zwischen zwei pseudostabilen Zuständen. In einem Zwischenzustand ist er unstabil. Denn eine kleine positive Spannungsänderung du_{g_I} am Gitter G_I bewirkt eine verstärkte negative Spannungsänderung du_{a_I} an der Anode A_I , die wiederum über den Koppelkondensator $C_{g_{II}}$ eine gleichsinnige Spannungsänderung $du_{g_{II}}$ am Gitter G_{II} hervorruft und so fort.

Der Vorgang schwillt lawinenartig an, bis er einerseits durch Gitterstrom in der Röhre I, andererseits durch Sperrung von Röhre II begrenzt wird. Der negativ aufgeladene Kondensator $C_{g_{II}}$ entlädt sich über $R_{g_{II}}$ mit der Zeitkonstante $T = R_{g_{II}} C_{g_{II}}$. Der Entladungsstrom bewirkt die negative, ihrem Absolutwert nach immer kleiner werdende Gitterspannung (Bild 1b). Beim Erreichen des Anodenstromeinsatzpunktes U_e kann wieder der oben beschriebene lawinenartige Vorgang — jetzt nur in anderer Richtung — einsetzen. Bei der Raschheit der Kippvorgänge erfolgt die Ankopplung praktisch über den kapazitiven Spannungsteiler $C_g - C_e$ von der Anode der einen Röhre zum Gitter der anderen.

Die negative Spannungsspitze $A = U_B - U_a$ ergibt sich dadurch, daß der Kondensator $C_{g_{II}}$ seine Ladung und deshalb auch seine Spannung während des Kippens behält. U_{a_I} ändert sich dabei um $U_B - U_a$, der gitterseitige Anschlußpunkt des Kondensators $C_{g_{II}}$ erfährt die gleiche Spannungsänderung. Da dieser Punkt vor dem Kippen die

Spannung Null hat, muß er nach dem Kippen demzufolge die Spannung $-(U_B - U_a)$ besitzen. An diesen Vorgang schließt sich die langsame Entladung von $C_{g_{II}}$ über $R_{g_{II}}$ an. Kurz vor dem darauf

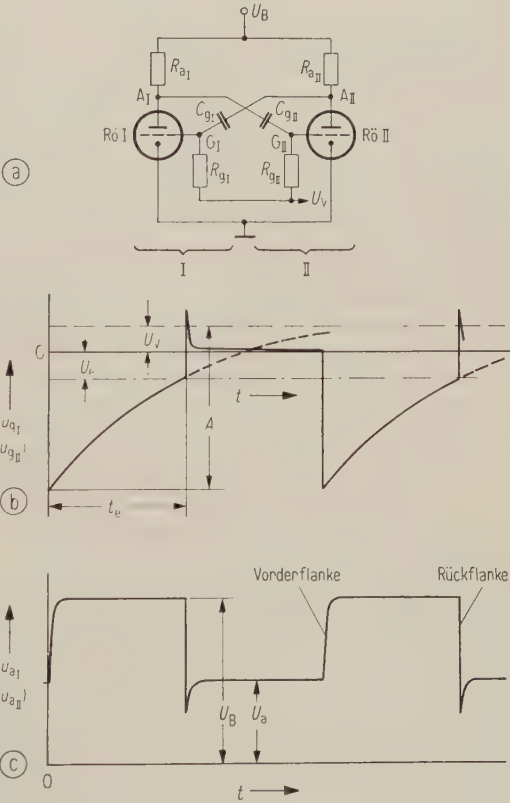


Bild 1. Einfacher Schaltungsaufbau des astabilen Multivibrators mit Gitter- und Anodenspannungsverlauf für positive Gittervorspannung U_V .

folgenden Kippvorgang liegt an C_{gII} noch die Spannung $U_a - U_e$, die sich nach dem Kippen über die in Flußrichtung gepolte Gitter-Kathodenstrecke der Röhre II mit dem Innenwiderstand R_i sehr rasch auf die Spannung U_B erhöht. Durch diesen Vorgang entsteht die positive Spannungsspitze an G_{II} und eine entsprechende negative Spannungsspitze an A_{II} (Bild 1 b und c).

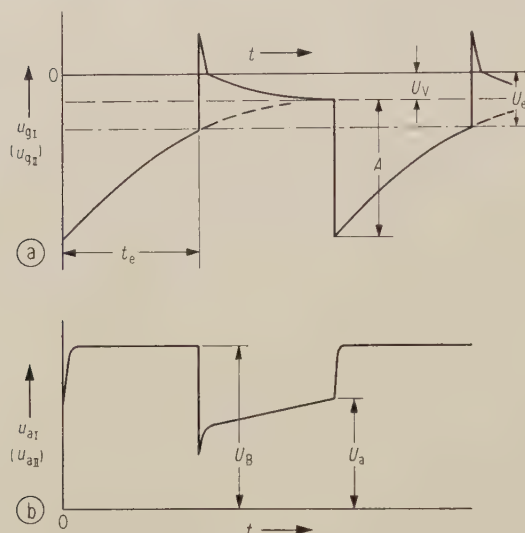


Bild 2. Gitter- und Anodenspannungsverlauf für negative Gittervorspannung U_V .

Die eine der beiden bekannten Möglichkeiten, die Impulsfolgefrequenz zu ändern, ist eine Variation der frequenzbestimmenden Schaltelemente, also z. B. von R_g und C_g . Bei der anderen Möglichkeit macht man von der Abhängigkeit der Impulsfolgefrequenz von den Gleichspannungen, insbesondere von der Gittervorspannung U_V , Gebrauch, mit der sich größenordnungsmäßig ein Frequenzbereich von 1:5 überstreichen läßt.

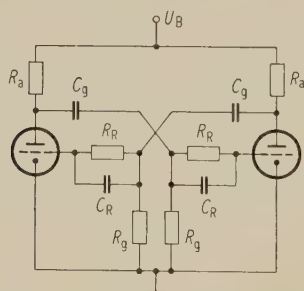


Bild 3. Astabiler Multivibrator mit $R_R C_R$ -Gliedern zur Verbesserung der Impulsflanken.

THEILE und FILIPOWSKY [6] geben zur Verbesserung der Impulsflanken eine modifizierte Multivibratorschaltung gemäß Bild 3 an, bei der vor dem Gitter jeder Röhre noch ein RC -Glied ($R_R C_R$ -Glied in Bild 3) liegt. Der Zweck dieser Maßnahme ist es, zu verhindern, daß, während das Gitter der einen Röhre positive Spannung führt und so die Gitter-Kathodenstrecke praktisch einen

Kurzschluß darstellt, die Koppelkapazität C_g parallel zum Außenwiderstand der anderen Röhre zu liegen kommt und dadurch den Impulsanstieg verschlechtert. Diese modifizierte Multivibratorschaltung hat nun nicht allein die Eigenschaft die Impulsflanken zu verbessern, sondern sie ermöglicht auch bei entsprechender Bemessung eine Frequenzsteuerung mit Hilfe der Gittervorspannung, die einen Frequenzbereich umfaßt, der um mehrere Größenordnungen größer ist als bei der einfachen Multivibratorschaltung nach Bild 1.

Die folgenden Ausführungen gliedern sich in drei Abschnitte. Der erste Abschnitt behandelt die Frequenzsteuerung mit der Gittervorspannung. Im zweiten Abschnitt werden die Frequenzschwankungen, die häufig die Anwendung des astabilen Multivibrators als Rechteck-Spannungserzeuger einschränken, diskutiert. Der dritte Abschnitt enthält einige Dimensionierungsbeispiele. Die an der modifizierten Multivibratorschaltung gewonnenen Erkenntnisse enthalten den einfachen Multivibrator ohne $R_R C_R$ -Glied als Sonderfall, der sich aus den hergeleiteten Beziehungen mit $R_R = 0$ ergibt.

Die Behandlung des modifizierten Multivibrators beschränkt sich auf den symmetrischen Schaltungsaufbau. Längere mathematische Herleitungen sind der Übersichtlichkeit halber im Anhang zusammengefaßt.

1. Frequenzsteuerung mit der Gittervorspannung

Bild 1 zeigt das Prinzip dieser Steuerung beim einfachen Multivibrator. Durch Ändern der Gittervorspannung U_V wird die Lage der Gitterspannungskurve u_{gI} bzw. u_{gII} nach oben zu positiven Werten bzw. nach unten zu negativen Werten der Gittervorspannung verschoben. (In Bild 1 b ist U_V positiv, in Bild 2 a negativ.) Die mit der Zeit abnehmende negative Gitterspannung u_{gI} erreicht den Anodenstromesatzpunkt U_e , bei dem ein neues Kippen einsetzt, dann früher oder später. Damit wird die Zeit t_e zwischen zwei Kippvorgängen kürzer oder länger bzw. die Impulsfolgefrequenz f_i höher oder niedriger. Man muß nach dieser Betrachtung annehmen, daß die Zeit t_e mit wachsender positiver Gittervorspannung U_V kleiner und mit wachsender negativer Vorspannung größer wird. Letzteres trifft allerdings nicht zu, denn wir haben bei der bisherigen Betrachtung die Änderungen der Amplitude A von u_{gI} nicht berücksichtigt. A wird mit größerer negativer Vorspannung so viel kleiner, daß t_e nicht länger sondern kürzer wird und damit die Impulsfolgefrequenz f_i ansteigt. Mit dieser Steuerung erreicht BAR-LEV [3] einen Frequenzbereich von etwa 1:5, mit zusätzlichen Schaltmaßnahmen einen Bereich von etwa 1:7.

Etwa den gleichen Steuerbereich erreicht man mit einer positiven Gittervorspannung, die man in praxi von $U_V = 0$ bis $U_V = U_B$ durchsteuert. Den Frequenzgang einer solchen Steuerung zeigt Bild 5. Der Frequenzbereich ist 1:6, der Frequenzgang fast linear. Nach BERTRAM [2] ist mit Kathodenwider-

ständen (nicht durch Kapazitäten überbrückt!) eine weitere Linearisierung möglich.

Bei oberflächlicher Betrachtung muß man nach Bild 1 vermuten, daß sich bei einer Steuerung von $U_V = 0$ bis $U_V = U_B$ ein Frequenzbereich von f_{i0} (Frequenz bei $U_V = 0$) bis ∞ ergibt. Da aber A nicht konstant ist, sondern mit U_V wächst, ist das keineswegs der Fall.

Wie schon in der Einleitung erwähnt, erreicht man einen sehr großen Frequenzbereich von z. B. 1 : 400 mit der mit dem $R_R C_R$ -Glied modifizierten Multivibratorschaltung (Bild 6). Bei kleinen Gittervorspannungen U_V ist der Frequenzverlauf, ähnlich wie bei der einfachen Multivibratorschaltung ohne $R_R C_R$ -Glied, sehr flach. Bei $U_V = 50$ V beginnen die Kurven jedoch stark anzusteigen, wobei der weitere Verlauf im wesentlichen von C_R abhängt.

Bei der Berechnung der Steuerkennlinie $f_1 = f(U_V)$ des einfachen Multivibrators ohne $R_R C_R$ -Glied kann man beim Kippen den Aufladevorgang als abgeschlossen betrachten und deshalb beim Entladevorgang den voll aufgeladenen Kondensator C_g in Rechnung setzen.

Bei dem modifizierten Multivibrator liegt ein relativ hoher Widerstand R_R zwischen C_g und dem Gitter. Der Aufladevorgang, der beim einfachen Multivibrator nur den sehr kleinen Innenwiderstand der Gitter-Kathodenstrecke vorfindet, verläuft jetzt relativ langsam. Man kann deshalb nur noch einen teilweise aufgeladenen Kondensator C_g in Rechnung setzen.

Bei hohen Impulsfolgefrequenzen ändert sich die Ladung von C_g kaum. Die Spannung an C_g wird sich auf einen solchen Wert einpendeln, bei dem die Aufladung in der positiven Gitterspannungsphase gleich groß wie die Entladung in der negativen Phase ist. Die Impulsfolgefrequenz wird dann nur noch von der „festen“ Spannung an C_g und der Entladung von C_R und C_e über R_R bestimmt.

Zur Beschreibung der Steuerkennlinie $f_1 = f(U_V)$ kommt man auf diese Weise zu zwei Gleichungen, deren eine eine gute Näherung für tiefe Impulsfolgefrequenzen und deren andere eine gute Näherung für hohe Impulsfolgefrequenzen darstellt. In Tabelle I sind beide Gleichungen zusammengestellt und der jeweilige Verlauf der Steuerkennlinie erläutert. Die stärkste Krümmung der realen Kurve liegt etwa bei der Spannung, bei der die Näherungskurve III für hohe Frequenzen die Abszisse schneidet. Da diese Spannung das Gebiet hoher und niedriger Impulsfolgefrequenzen trennt, bezeichnen wir sie im folgenden als Grenzspannung U_{VGr} .

2. Berechnung der Frequenzsteuerung des Multivibrators mit $R_R C_R$ -Glied

Für die Rechnung ist in Bild 4a noch einmal der mit dem $R_R C_R$ -Glied modifizierte Multivibrator aufgezeichnet, jedoch nicht in der üblichen Form, sondern in der Form zweier rückgekoppelter Verstärkerstufen. Teil I der Schaltung soll sich dabei gerade in der Phase negativer, Teil II in der Phase

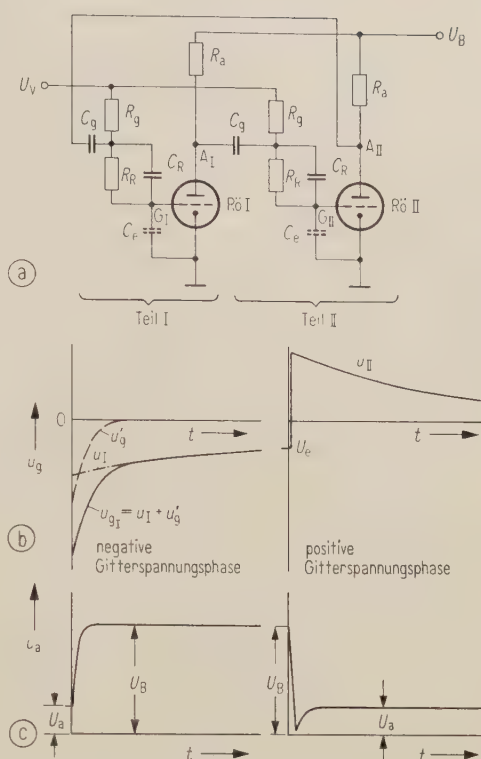


Bild 4. Zur Berechnung der Frequenzsteuerung des Multivibrators mit $R_R C_R$ -Glied.

positiver Gitterspannung befinden, wie Bild 4b, c zeigt. Um die Anfangsbedingungen der Ent- und Aufladungen zu erhalten, werden auch noch die Spannungsverhältnisse kurz vor dem Kippen in die oben geschilderten Phasen betrachtet. In der positiven Phase (Teil II, Röhre II) ist die Gitter-Kathodenstrecke in Flußrichtung gepolt, deren Innenwiderstand in der Rechnung gegenüber R_R vernachlässigt wird. Zur weiteren Vereinfachung der Rechnung teilen wir die Zeitkonstanten in zwei Gruppen ein, wobei sich jede Gruppe von der anderen um eine Größenordnung unterscheidet. Man kann sich dann während der Betrachtung des rascher ablaufenden Vorganges den langsameren Vorgang durch konstante Werte ersetzt denken. Andererseits kann man bei Betrachtung des langsameren Vorganges den rascheren als abgeklungen ansehen. In praxi ergibt sich folgende Reihe der Zeitkonstanten:

$$R_g C_g > \frac{R_R}{R_g + R_R} R_g C_g \gg R_R (C_R + C_e).$$

Zur Herleitung der Anfangsbedingungen für hohe Impulsfolgefrequenzen benutzen wir die schon oben erwähnte Tatsache, daß sich die Spannung an dem relativ großen Kondensator C_g , die sich wegen der großen Zeitkonstante $R_g C_g$ kaum noch ändert, so einstellt, daß der Zufluß der Ladungen in der positiven Phase und ihr Abfluß in der negativen Phase gleich groß sind. Die Rechnungen im einzelnen werden im Anhang durchgeführt. Im folgenden werden nur die Ergebnisse mitgeteilt.

a) Gitterspannung u_{gI} (negative Gitterspannungsphase), $u_{gI} = u_I + u_g$.

u_I ist der langsam mit der Zeitkonstante $T_1 = R_g C_g$, u_g der schnell mit der Zeitkonstante $T_3 = R_R (C_R + C_e)$ ablaufende Teil der Gitterspannung (Bild 4). Es gilt

$$u_I = U_V - (U_B - U_a + U_V - u_{IIe}) e^{-t/T_1}$$

und

$$u_g' = - \left[u_{IIe} - (U_B - U_a) \frac{C_e}{C_R + C_e} \right] e^{-t/T_3},$$

mit

$$u_{IIe} = \left[U_B - U_a + u_{Ie} - U_V \frac{R_R}{R_g + R_R} \right] \cdot e^{-t_e/T_3} + U_V \frac{R_R}{R_g + R_R},$$

$$T_1 = R_g C_g, \quad T_2 = \frac{R_R}{R_g + R_R} R_g C_g,$$

$$T_3 = R_R (C_R + C_e).$$

t_e ist die Zeit zwischen zwei Kippunkten, also eine

halbe Schwingungsperiode, und u_{Ie} bedeutet u_I bei $t = t_e$. Damit wird

$$u_{gI} = U_V - [U_B - U_a + U_V - u_{IIe}] e^{-t/T_1} - \left[u_{IIe} - (U_B - U_a) \frac{C_e}{C_R + C_e} \right] e^{-t/T_3}, \quad (1)$$

b) t_e für niedrige und hohe Impulsfolgefrequenzen

Die beiden Gleichungen für t_e sind in Tabelle I mit dem Ausdruck für die Grenzspannung U_{VGr} zusammengestellt. Das Schaltbild und die Kurven sollen die Bedeutung der Beziehungen erläutern.

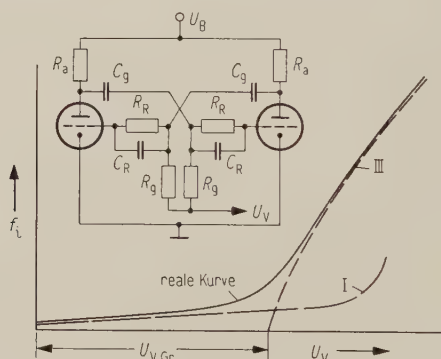
Für sehr niedrige Impulsfolgefrequenzen ist t_e sehr groß. Wir können deshalb annehmen, daß $t_e \gg T_2$ und erst recht $t_e \gg T_3$, aber daß t_e noch in der Größenordnung von T_1 ist. Dann sind e^{-t_e/T_3} und e^{-t_e/T_2} näherungsweise Null, und wir erhalten

$$u_{IIe} = U_V \frac{R_R}{R_g + R_R}.$$

Aus Gl. (1) erhalten wir mit $u_{gI} = U_e$ und $t = t_e$ bei Auflösung nach t_e die Gl. (I) von Tabelle I.

Tabelle I. Frequenzsteuerung

(U_a Anodenspannung bei $U_g = 0$, U_e Anodenstromeinsatzpunkt (Fußpunkt der $I_a = f(U_g)$ -Kennlinie))



Be- reich	Steuerfunktion
(I)	<p>Bereich niedriger Impulsfolgefrequenzen</p> $t_e = R_g C_g \left\{ \ln \left[1 + \frac{(U_B - U_a) \frac{R_g + R_R}{R_g} + U_e}{U_V - U_e} \right] - \ln \frac{R_g + R_R}{R_g} \right\}$ <p>wobei $f_1 = \frac{1}{2 t_e}$</p>
(II)	<p>Grenzspannung</p> $U_{VGr} = \frac{R_g + 2 R_R}{2 R_R} U_e + (U_B - U_a) \frac{R_g + R_R}{2 R_R}$
(III)	<p>Bereich hoher Impulsfolgefrequenzen</p> $t_e = R_R (C_R + C_e) \ln \left[1 + \frac{(U_B - U_a) \frac{C_R}{C_R + C_e} + U_e}{\frac{2 R_R}{R_g + 2 R_R} U_V - U_e - \frac{R_g + R_R}{R_g + 2 R_R} (U_B - U_a)} \right]$ <p>wobei $f_1 = \frac{1}{2 t_e}$</p>

Für $R_R = 0$ geht Gl. (I) in die bekannte Beziehung für den einfachen Multivibrator über. Man erhält

$$t_e = R_g C_g \ln \left(1 + \frac{U_B - U_a + U_e}{U_V - U_e} \right). \quad (2)$$

Für t_e bei hohen Impulsfolgefrequenzen ist $t_e \ll T_2, T_1$ und wir erhalten Gl. (III).

c) Grenze zwischen dem Bereich hoher und niedriger Impulsfolgefrequenzen

In Gl. (III) von Tabelle I wird t_e unendlich groß, d. h. die Impulsfolgefrequenz wird gleich Null, wenn der Nenner im Logarithmus

$$\frac{2 R_R}{R_g + 2 R_R} U_V - U_e - \frac{R_g + R_R}{R_g + 2 R_R} (U_B - U_a) = 0$$

ist.

Daraus ergibt sich Gl. (II) in Tabelle I für die Grenzspannung U_{VGr} .

3. Meßergebnisse

Messungen wurden am einfachen Multivibrator und am Multivibrator mit $R_R C_R$ -Glied bei verschiedenen Bemessungen der Schaltelemente vorgenommen. Die Ergebnisse der Messungen sind als Kurven $f_i = f(U_V)$ in den Bildern 5 bis 10 dargestellt, die auch die zugehörigen Schaltungen zeigen.

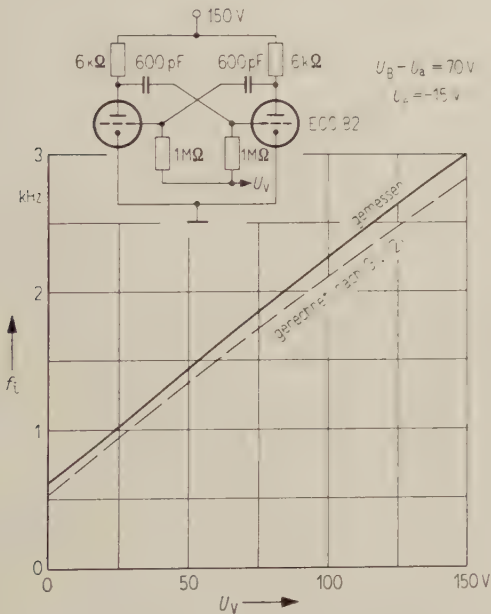


Bild 5. Abhängigkeit der Impulsfolgefrequenz f_i von der Gittervorspannung U_V beim einfachen Multivibrator (ohne $R_R C_R$ -Glied).

Bild 5 zeigt den gemessenen und nach Gl. (2) berechneten Verlauf $f_i = f(U_V)$ eines einfachen Multivibrators. Etwas Entsprechendes zeigt Bild 6 für einen modifizierten Multivibrator. Die Kennlinie $C_R = 60$ pF wird nach Gl. (I) für den Bereich niedriger und nach Gl. (III) von Tabelle I für den Bereich hoher Impulsfolgefrequenzen berechnet. Während die Abweichung der berechneten Kurve von

der gemessenen beim einfachen Multivibrator auf die Ungenauigkeit der Schaltelemente zurückgeführt werden kann, ist die Abweichung der gemessenen Kurve in Bild 5 von der gerechneten in der Nähe der

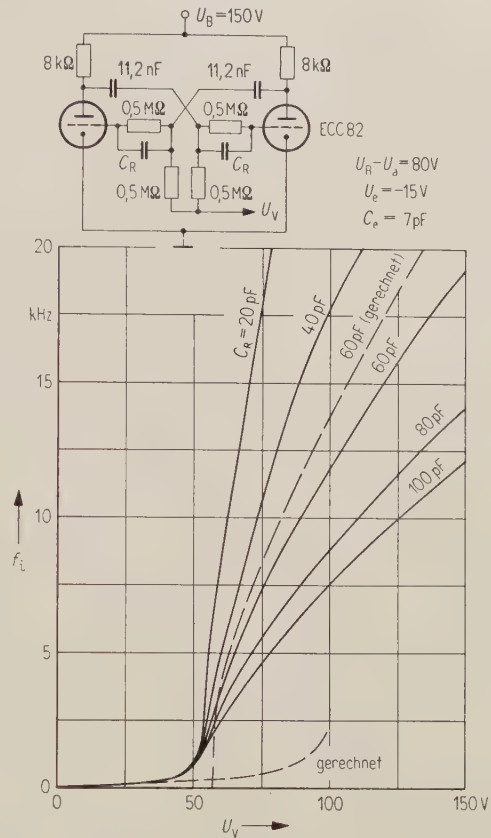


Bild 6. Abhängigkeit der Impulsfolgefrequenz f_i von der Gittervorspannung U_V beim modifizierten Multivibrator (mit $R_R C_R$ -Glied); Parameter: C_R .

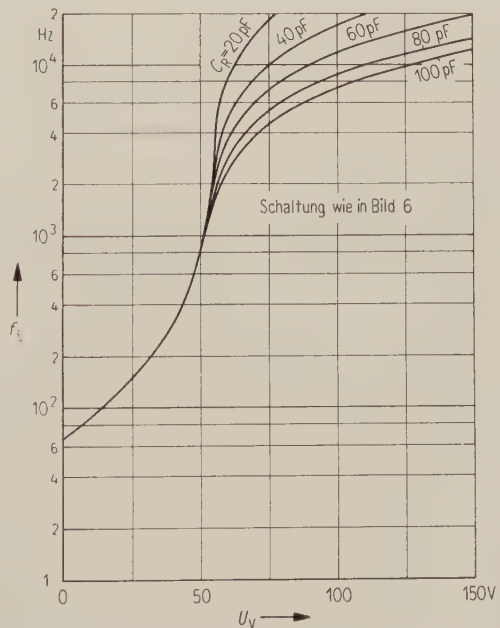


Bild 7. Wie Bild 6, nur in logarithmischer Darstellung.

Grenzspannung, die sich nach Gl. (II) von Tabelle I zu $U_{VGr} = 57,5 \text{ V}$ ergibt, prinzipieller Natur. Es sei daran erinnert, daß die beiden Beziehungen um so genauer sind, je tiefer bzw. je höher die Impulsfolgefrequenzen sind. Man muß deshalb die Abweichung der gerechneten Kurve für $C_R = 60 \text{ pF}$ von der gemessenen bei hohen Impulsfolgefrequenzen auch auf die Ungenauigkeit der Schaltelemente zurückführen. Bild 7 zeigt die gleichen Kurven wie Bild 6, nur in logarithmischer Darstellung, um den

Verlauf der Kennlinie bei niedrigen Impulsfolgefrequenzen besser verfolgen zu können. Es zeigt sich hier, daß die tiefen Frequenzen f_i von der verschiedenen Bemessung von C_R nicht abhängen, wie auch aus den Gl. (I) und (III) von Tabelle I hervorgeht. Entsprechend geht aus Bild 8 hervor, daß eine Änderung von C_g keinen Einfluß auf die hohen Impulsfolgefrequenzen hat, wie sich ebenfalls aus den Beziehungen (I) und (III) ergibt. Bild 9 bestätigt die Verschiebung der Grenzspannung U_{VGr} nach Gl. (II) von Tabelle I mit wachsendem Anodenwiderstand R_a , was gleichbedeutend mit wachsendem Spannungsabfall $U_B - U_a$ an R_a ist. Bild 10 zeigt Entsprechendes für ein variiertes Widerstandsverhältnis R_R/R_g bei etwa konstant gehaltener Zeitkonstante $T_1 = R_g C_g$. U_{VGr} verschiebt sich mit wachsenden Werten von R_R/R_g nach kleineren Spannungen.

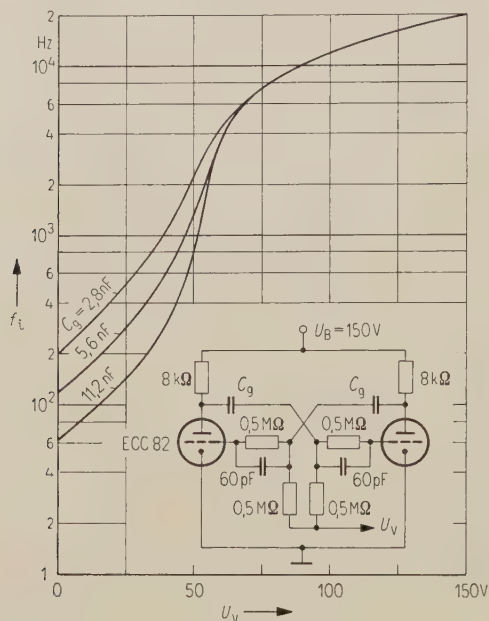


Bild 8. Abhängigkeit der Impulsfolgefrequenz f_i von der Gittervorspannung U_V beim modifizierten Multivibrator; Parameter: C_g .

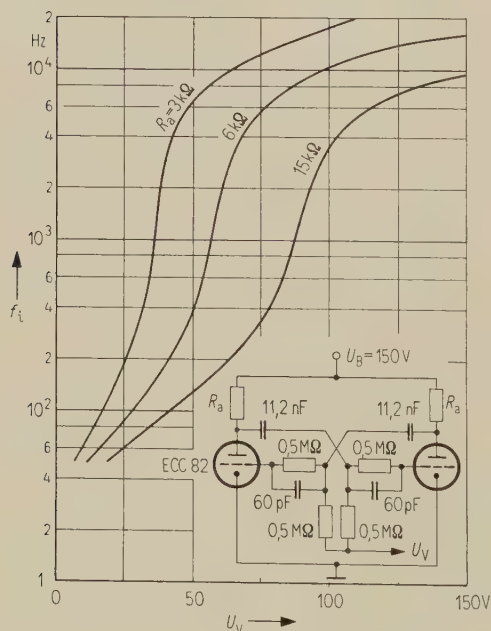


Bild 9. Abhängigkeit der Impulsfolgefrequenz f_i von der Gittervorspannung U_V beim modifizierten Multivibrator; Parameter: R_a .

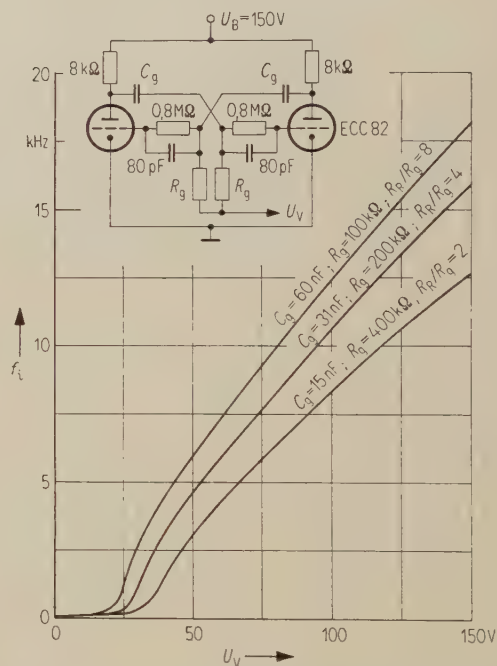


Bild 10. Abhängigkeit der Impulsfolgefrequenz f_i von der Gittervorspannung U_V beim modifizierten Multivibrator; Parameter: R_R/R_g .

Bei den Messungen wurde die Gittervorspannung U_V — wie es vielen Fällen der Praxis entspricht — nur bis U_B angesteuert. Bei Aussteuerung über die Betriebsspannung U_B hinaus lassen sich wesentlich größere Frequenzbereiche erreichen.

4. Frequenzschwankungen

Die Impulsfolgefrequenz des astabilen Multivibrators ist stark spannungsabhängig im Gegensatz zu der Frequenz eines Oszillators für sinusförmige Schwingungen, die im wesentlichen nur von der Bemessung der Schwingkreiselemente bestimmt wird. Diese Spannungsabhängigkeit bietet, wie oben beschrieben, die Möglichkeit, die Impulsfolgefrequenz mit der Spannung zu steuern. Aber ebenso

hat das zur Folge, daß sich Schwankungen dieser Spannungen auf die Impulsfolgefrequenz auswirken. Dabei müssen zwei Gruppen von Schwankungsursachen unterschieden werden. Einmal kann die Ursache für die Schwankung der Impulsfolgefrequenz eine Störspannung bestimmter Frequenz sein, die an verschiedenen Stellen der Multivibrator-schaltung auftritt, wie z. B. der sogenannte Brumm. Zweitens können verschiedene Störeinflüsse, die sich über ein weites Frequenzgebiet erstrecken und unabhängig voneinander sind, auftreten, wie u. a. das Rauschen der Röhren. Die Erfassung der letzteren Störeinflüsse erfolgt dabei mit mathematischen Methoden der Statistik.

In Bild 1 ist der Gitterspannungsverlauf in der negativen Gitterspannungsphase aufgezeichnet. Die Amplitude A dieser Gitterspannung wächst mit $U_B - U_a$ und U_V . Man sieht aus Bild 1 b, daß die Gitterspannung mit einem um so steileren Teil ihrer Kennlinie die Anodenstromesatzpunktlinie $U_e = \text{const}$ schneidet, je höher U_V wird. Man erkennt auch leicht, daß Schwankungen von U_V , $U_B - U_a$ und U_e sich um so weniger auf t_e auswirken und damit auf die Impulsfolgefrequenz, je steiler die Gitterspannungskennlinie die U_e -Gerade schneidet. In der Literatur, z. B. [4], wird von dieser Tatsache, daß mit wachsender Gitterspannung U_V die Frequenzkonstanz zunimmt, häufig für den Aufbau von Multivibratoren Gebrauch gemacht.

In den folgenden Abschnitten sollen nun noch näher die Einflüsse verschiedener Störungen diskutiert werden. Das ist exakt nur für bestimmte Bereiche der Störfrequenzen möglich. Die mathematische Behandlung geht von den Frequenzsteuerfunktionen aus, wie sie in Tabelle I festgehalten sind. Diese Funktionen gelten für den eingeschwungenen Zustand und können deshalb — abgesehen von später zu diskutierenden Ausnahmen — nur Störfrequenzen berücksichtigen, die relativ klein gegenüber der Impulsfolgefrequenz sind. Dieser Einschränkung kommt die Tatsache entgegen, daß die RC -Koppelglieder Tiefpaßeigenschaften besitzen und sich deshalb nur, außer den erwähnten Ausnahmen, Störfrequenzen unterhalb bestimmter Grenzen auswirken können. Die in Bild 11 eingetragene Störeinströmung $i_{\text{stör}}$ erzeugt einen Spannungsabfall an den Widerständen R_R und R_g , wobei man sich, da in praxi $R_a \ll R_g$ ist, C_g an Masse gelegt denken kann. Nach früheren Annahmen ist $T_1 = R_g C_g$ sehr viel größer als $T_3 = R_R (C_R + C_e)$. Die Frequenzgrenze, oberhalb der die Störeinströ-

mung $i_{\text{stör}}$ im $R_g C_g$ -Glied praktisch kurzgeschlossen wird, liegt deshalb relativ niedrig bei $1/T_1$, und die im $R_R C_R$ -Glied relativ hoch. Für diese hohe Grenzfrequenz läßt sich C_e parallel zu C_R geschaltet denken, und es ergibt sich als Grenzfrequenz $1/(2\pi T_3)$. Die sich über weite Frequenzgebiete erstreckenden unregelmäßigen und voneinander unabhängigen Störeinflüsse erfassen wir mit der mittleren Abweichung oder mittleren Schwankung [1]. Die mittlere Schwankung der Größe x bezeichnen wir im folgenden mit $m[x]$, das mittlere Schwankungsquadrat von x lautet in dieser Schreibweise dann $m^2[x]$. Die mittlere relative Schwankung von x , die auf den arithmetischen Mittelwert von x bezogen wird, bezeichnen wir mit $r[x]$. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz [1] verknüpft die mittleren Schwankungen verschiedener Größen.

5. Abhängigkeit der Schwankung der Impulsfolgefrequenz f_i bzw. der halben Periodendauer t_e von Spannungsschwankungen

Der Zusammenhang zwischen f_i und t_e ist

$$f_i = \frac{1}{2t_e},$$

daraus ergibt sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$r[f_i] = r[t_e],$$

d. h. die mittlere relative Schwankung der Impulsfolgefrequenz f_i ist gleich der mittleren relativen Schwankung der halben Periodendauer t_e .

Die Schwankungsursachen sind die Schwankungen der Spannungen $U_B - U_a$, U_e und U_V . Auf Grund des Fehlerfortpflanzungsgesetzes ergibt sich aus den Gl. (I) und (III) von Tabelle I allgemein für hohe und niedrige Impulsfolgefrequenzen

$$r^2[f_i] = r^2[t_e] = \quad (3)$$

$$= A_1^2 m^2[U_B - U_a] + A_2^2 m^2[U_e] + A_3^2 m^2[U_V].$$

Die Bedeutung der Konstanten A_1 , A_2 und A_3 ist Tabelle II zu entnehmen, und zwar für niedrige Impulsfolgefrequenzen unter (IIIa) und für hohe unter (IIIb).

Die Grenzen der Störfrequenzen von $m[U_B - U_a]$ und $m[U_V]$ müssen nach früherem sein:

$$f_{\text{stör}} \ll f_i.$$

Durch die Tiefpaßeigenschaften der Schaltung bedingt gilt nach früherem außerdem

$$f_{\text{stör}} \leq \frac{1}{2\pi T_1}.$$

Für $m[U_e]$ gelten diese Einschränkungen nicht. Denn für das Kippen ist nur die Größe von U_e im Kippmoment maßgebend, gleichgültig, ob die Schwankung von U_e hoch- oder niederfrequent ist. Außerdem ist U_e nicht von den Tiefpaßeigenschaften der RC -Glieder betroffen.

Mit Gl. (3) sind die Frequenzschwankungen auf Schwankungen der Spannungen $U_B - U_a$, U_V und U_e zurückgeführt. Im folgenden sollen die wesentlichen Ursachen für die Schwankungen dieser Spannungen aufgezählt werden.

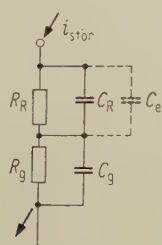


Bild 11. Tiefpaßeigenschaften der RC -Koppelglieder.

Tabelle II. Formeln für Frequenzschwankungen

I. Allgemein (für kleine und große Impulsfolgefrequenzen)

$$r^2[f_1] = r^2[t_e] = \\ = A_1^2 m^2 [U_B - U_a] + A_2^2 (\overline{u_e^2} + \overline{i_{\text{störh}}^2} R_R^2) + \\ + A_3^2 [\overline{i_{\text{störn}}^2} (R_g + R_R)^2 + \overline{u_V^2}].$$

II. Gültigkeitsbereich der Gleichung

Für $m^2[U_B - U_a]$, $\overline{u_e^2}$, $\overline{i_{\text{störn}}^2}$, $\overline{u_V^2}$:

$$f_{\text{störn}} \leq \frac{1}{2\pi T_1}; \quad f_1 (T_1 = R_g C_g).$$

Für $\overline{i_{\text{störh}}^2}$:

$$\frac{1}{2\pi T_1}; \quad f_1 \leq f_{\text{störh}} \leq \frac{1}{2\pi T_3} \\ (T_3 = R_R(C_R + C_e)).$$

III. Die Konstanten A_1 , A_2 und A_3

a) niedrige Impulsfolgefrequenzen f_1

$$A_1 = \frac{1}{\ln x - \ln \frac{R_g + R_R}{R_g}} \frac{R_g + R_R}{U_N + U_Z}, \\ A_2 = \frac{1}{\ln x - \ln \frac{R_g + R_R}{R_g}} \frac{1}{U_N}, \\ A_3 = \frac{1}{\ln x - \ln \frac{R_g + R_R}{R_g}} \frac{U_Z}{U_N(U_N + U_Z)}$$

mit $x = 1 + \frac{U_Z}{U_N}$,

$$U_Z = (U_B - U_a) \frac{R_g + R_R}{R_g} + U_e,$$

$$U_N = U_V - U_e.$$

b) hohe Impulsfolgefrequenzen f_1

$$A_1 = \frac{1}{\ln x} \frac{\frac{C_R}{C_R + C_e} U_N + \frac{R_g + R_R}{R_g + 2R_R} U_Z}{U_N(U_N + U_Z)}, \\ A_2 = \frac{1}{\ln x} \frac{1}{U_N}, \\ A_3 = \frac{1}{\ln x} \frac{U_Z \frac{2R_R}{R_g + 2R_R}}{U_N(U_N + U_Z)}$$

mit $x = 1 + \frac{U_Z}{U_N}$,

$$U_Z = (U_B - U_a) \frac{C_R}{C_R + C_e} + U_e,$$

$$U_N = \frac{2R_R}{R_g + 2R_R} U_V - U_e - \frac{R_g + R_R}{R_g + 2R_R} (U_B - U_a).$$

IV. $m^2[U_B - U_a] = A_0^2 r^2[I_a]_{U_a, U_B = \text{const}}$

Darin ist

$$A_0 = \frac{U_B - U_a}{1 + S R_k + (R_a/R_i)};$$

für die ideale Triode ist bei $R_k = 0$:

$$A_0 = \frac{2 U_a (U_B - U_a)}{3 U_B - U_a}.$$

5.1. Schwankung von $U_B - U_a$

5.1.1. Schwankung der Speisespannung U_B

Eine im Anhang durchgeführte Rechnung ergibt

$$m[U_B - U_a] = \frac{1}{1 + (R_i/R_a)} m[U_B] \quad (4)$$

(R_i Innenwiderstand, R_a Außenwiderstand der verwendeten Röhre).

Bei der überwiegenden Zahl aller Schaltungen ist $R_i/R_a \ll 1$, so daß man dafür in guter Näherung

$$m[U_B - U_a] = m[U_B] \quad (4a)$$

setzen kann.

5.1.2. Einfluß von Gitterspannungsschwankungen

Bei geöffneter Röhre ist die Gitterspannung schwach positiv, d. h., die Gitter-Kathodenstrecke ist in Flußrichtung gepolt und besitzt einen sehr kleinen Innenwiderstand R_{ig} , der für unsere Betrachtung parallel zu R_R und R_g zu denken ist. An dem sehr kleinen Widerstand R_{ig} entsteht durch $i_{\text{stör}}$ eine entsprechend geringe Störspannung, die bei den folgenden Betrachtungen vernachlässigt werden soll.

5.1.3. Einfluß des Rauschens des Anodenstromes I_a

$U_B - U_a$ ist der Spannungsabfall an R_a , er verändert sich deshalb mit Schwankungen von I_a . Unter 10 kHz überwiegt das Funkelrauschen gegenüber dem Schrotrauschen. Deshalb hat das Funkelrauschen die größere praktische Bedeutung. Dafür ergeben sich die bei konstanten Spannungen U_B und U_g an der Röhre gemessenen Schwankungen des Anodenstromes I_a zu

$$m^2[I_a] = \overline{i_F^2} \approx I_a^n \frac{1}{f} \Delta f,$$

wobei n etwas größer als eins ist.

Diese Schwankung des Anodenstromes wirkt sich wegen der gegenkoppelnden Wirkung der verwendeten Widerstandsverstärkerschaltung nicht voll auf den Spannungsabfall $U_B - U_a$ aus. Für sie gilt mit unüberbrücktem Kathodenwiderstand R_k (im Anhang hergeleitet):

$$m[U_B - U_a] = A_0 r [I_a]_{U_a, U_B = \text{const}}, \quad (5)$$

$$\text{wobei} \quad A_0 = \frac{U_B - U_a}{1 + S R_k + (R_a/R_i)}. \quad (5a)$$

Darin bedeuten S die Steilheit, R_i den Innenwiderstand im Arbeitspunkt und R_a den Außenwiderstand der verwendeten Röhre.

Das heißt, die Schwankung des Spannungsabfalls $U_B - U_a$ ist um den Faktor A_0 kleiner als die relative Schwankung des Anodenstromes. Durch entsprechende Wahl von R_a und R_k sowie des Arbeitspunktes und der Röhre (damit von S und R_i) lassen sich die Einflüsse des Funkelrauschens stark herabsetzen. Im gewissen Grade ist das wegen der Verwendung eines Außenwiderstandes R_a immer der Fall. Der Einsatz eines Kathodenwiderstandes R_k lohnt sich nur dann, wenn dadurch der Faktor A_0

wesentlich verringert wird, was in praxi meist nicht der Fall ist, da der Quotient R_a/R_i sehr große Werte annehmen kann. Das zeigt eine einfache Rechnung für die ideale Triode. Aus deren Raumladungsgleichung

$$I_a = P(U_g + D U_a)^{3/2} \\ (P \text{ Perveanz, } D \text{ Durchgriff})$$

ergibt sich mit $U_g = 0 \text{ V}$

$$R_i = \frac{dU_a}{dI_a} = \frac{2}{3} \frac{U_a}{I_a}.$$

Wegen $R_a = \frac{U_B - U_a}{I_a}$ erhält man

$$\frac{R_a}{R_i} = \frac{3}{2} \frac{U_B - U_a}{U_a}. \quad (6)$$

Da sich für kleine Anodenspannungen U_a das Raumladungsgebiet mit dem Anlaufstromgebiet überschneidet, ist für diesen Fall mit

$$\frac{R_a}{R_i} > \frac{3}{2} \frac{U_B - U_a}{U_a}$$

zu rechnen. Für $U_a = 0$, d. h. $R_a = \infty$, ist

$$R_a/R_i = \infty.$$

A_0 ist ohne Verwendung eines Kathodenwiderstandes ($R_k = 0$) nach Gl. (5a) und (6)

$$A_0 = \frac{2 U_a (U_B - U_a)}{3 U_B - U_a}. \quad (5b)$$

5.2. Schwankung von U_e

5.2.1. Durch Rauschen

Schwankungen des Anodenstromeinsatzpunktes U_e lassen sich in diesem Fall auf Schwankungen des Anodenstromes zurückführen. Die Betrachtung geht dabei davon aus, daß der Schwingeinsatz bei einem bestimmten Anodenstrom und damit bei einer bestimmten Steilheit S erfolgt, bei der die Anschwingbedingung $kV = 1$ erfüllt ist. Die Schwankung von U_e kann man deshalb direkt an der äquivalenten Gitterrauschspannung ablesen, die für das betragsmäßig relativ große Funkelrauschen nach [10]

$$m^2[U_e] = \overline{u_F^2} \approx I_a^{2(\frac{2}{3} - n)} \quad (7)$$

ist.

Darin ist $n = 1$ für das Anlaufstromgebiet und $n = 1/3$ für das Raumladungsgebiet. Im Fußpunktbereich überschneiden sich beide Gebiete. Im Raumladungsgebiet sinkt die Rauschspannung und im Anlaufstromgebiet steigt die Rauschspannung mit sinkendem Anodenstrom an, so daß man in der Nähe des Kennlinienfußpunktes ein Rauschminimum erhält [10]. Das gesamte, auch den hochfrequenten Rauschanteil enthaltende, mittlere Schwankungsquadrat soll im folgenden mit $\overline{u_e^2}$ bezeichnet werden.

5.2.2. Äußere Störeinströmung

Denkt man sich eine Störeinströmung $i_{\text{störh}}$ in R_R einströmen, die so hochfrequent ist, daß sie im

$R_g C_g$ -Glied kurzgeschlossen ist und damit nicht den Ablauf der t_e -Funktionen insgesamt verändern kann, so läßt sie sich als Schwankung von U_e beschreiben. Der Frequenzbereich ist danach

$$\frac{1}{2\pi T_1}, \quad f_1 \ll f_{\text{störh}} < \frac{1}{2\pi T_3}.$$

Man erhält für die Schwankung

$$m^2[U_e] = \overline{i_{\text{störh}}^2} R_R^2. \quad (8)$$

5.2.3. Hochfrequente Schwankungen

$$m[(U_B - U_a)_h]$$

Für sie stellt C_g einen Kurzschluß dar. Dann arbeitet ein Generator mit einem sehr kleinen Innenwiderstand auf den relativ großen „Verbraucherwiderstand“ R_g . Man kann diese Spannungsschwankung durch eine Schwankung von U_e darstellen; es gilt

$$m[U_e] = m[(U_B - U_a)_h].$$

5.3. Schwankungen von U_V

Sie rühren einerseits von Schwankungen u_V der Gittervorspannung U_V selbst her. Andererseits lassen sich niederfrequente Störeinströmungen $i_{\text{störn}}$ in R_R und R_g als Schwankung von U_V beschreiben, wie aus Bild 12 hervorgeht. Es ergibt sich insgesamt

$$m^2[U_V] = \overline{u_V^2} + \overline{i_{\text{störn}}^2} (R_g + R_R)^2. \quad (9)$$

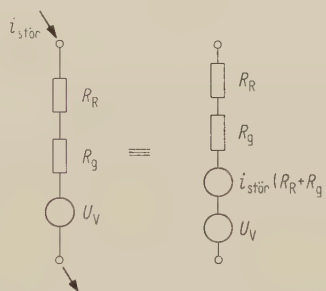


Bild 12. Darstellung der Störeinströmung als Spannungsquelle.

Im folgenden seien noch einmal die wesentlichsten Schwankungsursachen aufgezählt:

a) $m[U_B - U_a]$ wird durch Änderungen der Speisespannung U_B und durch das Rauschen des Anodenstromes I_a bestimmt. Wegen der stark gegenkoppelnden Wirkung der Widerstandsverstärkerschaltung wird der zweite Einfluß im allgemeinen relativ klein sein.

b) $m[U_e]$ wird im wesentlichen durch das Funkelrauschen und eine äußere hochfrequente Störeinströmung $i_{\text{störh}}$ bestimmt. Der Einfluß einer hochfrequenten Spannungsschwankung $m[(U_B - U_a)_h]$, die in praxi nur vom Röhrenrauschen herrühren könnte, wird als gering vernachlässigt. Dann ergibt sich für $m[U_e]$

$$m^2[U_e] = \overline{u_e^2} + \overline{i_{\text{störh}}^2} R_R^2.$$

c) Für $m[U_V]$ hatten wir

$$m^2[U_V] = \overline{u_V^2} + \overline{i_{\text{störn}}^2} (R_g + R_R)^2$$

erhalten, d. h. die Schwankungen von U_V rühren von äußeren Störungen und Schwankungen des Gleichanteiles her.

6. Die Abhängigkeit der Konstanten A_1, A_2 und A_3 von der Gittervorspannung U_V

Um die Frequenzschwankungen herabzusetzen, ist es zuerst zweckmäßig, die Störursachen, d. h. $m[U_B - U_a]$, $m[U_e]$ und $m[U_V]$ z. B. durch gute Abschirmung, Auswahl rauscharmer Röhren und Benutzung relativ kleiner Gitterwiderstände möglichst klein zu halten. Eine weitere Verringerungsmöglichkeit liegt in der Wahl der schaltungsmäßig bedingten Konstanten A_1, A_2 und A_3 . Sie sind stark von den Spannungen U_V und $U_B - U_a$ bestimmt. Der Auswahl von der Spannung $U_B - U_a$, die von der verwendeten Röhre und vom Außenwiderstand R_a abhängt, sind von der Flankensteilheit her gesehen enge Grenzen gesetzt. Die Variation

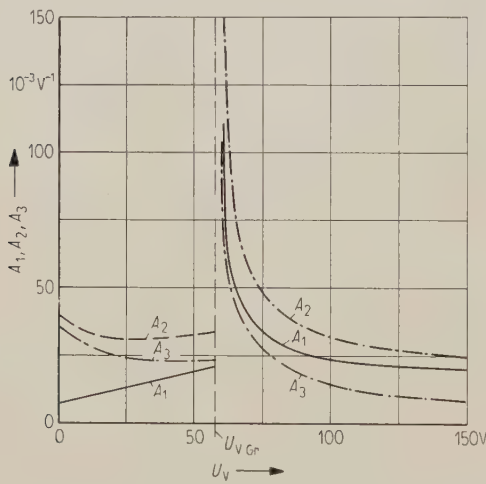


Bild 13. Multivibrator mit $R_R C_R$ -Glied (Schaltung siehe Bild 6).

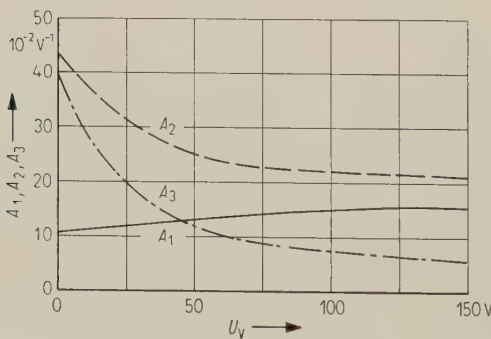


Bild 14. Einfacher Multivibrator (Schaltung siehe Bild 5).

der Spannung U_V ist von diesem Gesichtspunkt gesehen frei und deshalb erscheint die Abhängigkeit der Konstanten A_1, A_2 und A_3 von der Gittervorspannung U_V auch als besonders interessant. Diese Abhängigkeit ist in Bild 13 für einen Multi-

vibrator mit $R_R C_R$ -Glied und in Bild 14 für einen einfachen Multivibrator aufgeführt.

Bei dem Multivibrator mit $R_R C_R$ -Glied zeigen die Konstanten A_1, A_2 und A_3 bis zur Grenzsprungspannung U_{VGr} nur eine geringe Abhängigkeit von U_V . Bei U_{VGr} haben die Konstanten eine Unendlichkeitsstelle, um dann mit weiter steigender Gittervorspannung U_V wieder abzunehmen. Die extreme Abweichung der Konstanten A_1, A_2 und A_3 bei U_{VGr} bedeutet in praxi, daß sich in der Nähe von U_{VGr} erhebliche Frequenzschwankungen zeigen müssen.

7. Meßergebnisse

Um die Abhängigkeit der Frequenzschwankungen von der Gittervorspannung U_V nachzuprüfen, wurde eine Messung mit einem Zählgerät der Fa. Beckmann-Instruments vorgenommen. Dieses Gerät ist imstande, die Zahl der Zeiteinheiten von 10^{-6} s Größe zwischen zwei aufeinanderfolgenden Impulsen zu zählen, die man im Abstand von t_e oder $2t_e$ in unserem Beispiel dem Gerät zuführen kann. Der Zählvorgang wird dabei nach einer einstellbaren Zeit ständig wiederholt. Solche Meßreihen wurden an der in Bild 6 gezeigten Schaltung, für die

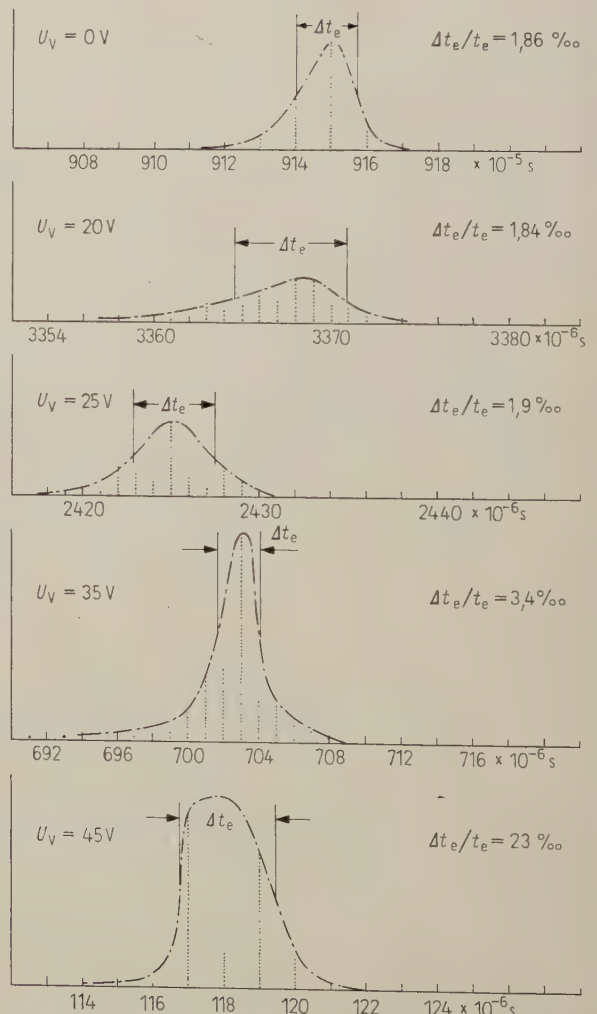


Bild 15. Frequenzschwankungsmessungen bei verschiedenen Gittervorspannungen U_V .

auch die Abhängigkeit der Konstanten A_1 , A_2 und A_3 von U_V in Bild 13 niedergelegt ist, vorgenommen. Das Ergebnis ist in Bild 15 zusammengestellt. Jedem Punkt entspricht eine Messung. Es ergeben sich Verteilungen der Zeiten t_e , die durch strichpunktierte Kurven umrissen sind. Die Zeitdifferenzen Δt_e stellen die „Halbwertsbreiten“ dieser Kurven dar. Das dadurch gewonnene Verhältnis $\Delta t_e/t_e$ ist bei jeder Häufungskurve notiert. In Bild 16 sind die so gewonnenen Werte $\Delta t_e/t_e$ in Abhängigkeit von U_V aufgetragen. Man erkennt deutlich den vorausgesagten Verlauf, nämlich den starken Anstieg der Schwankungen von t_e bei Annäherung an die Grenzspannung U_{VGr} , die nach der Rechnung für die gewählte Schaltung bei 57,5 V liegt. Bei einer einfachen Multivibratorschaltung wurde eine solche Messung aus Zeitmangel nicht mehr vorgenommen. Jedoch ist aus der Literatur, z. B. [4], bekannt, daß mit wachsendem U_V die Frequenzschwankungen stark abnehmen, was auch der Verlauf der Konstanten A_1 , A_2 und A_3 in Bild 14 für das gewählte Beispiel bestätigt.

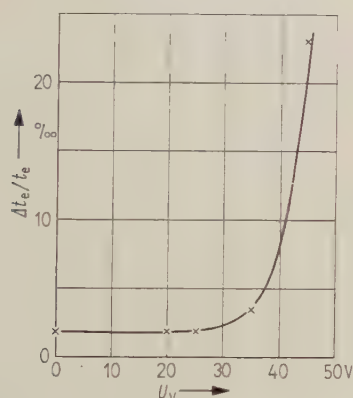


Bild 16. Zusammenfassung der Meßergebnisse von Bild 15.

8. Dimensionierungsbeispiele

Zur Dimensionierung sind in den Tabellen I und II die wichtigsten Formeln für die Frequenzsteuerung und die Frequenzschwankungen zusammengefaßt. Beide Übersichten sind aufgeteilt in einen Bereich hoher und einen Bereich niedriger Impulsfolgefrequenzen. Die Formeln für hohe Impulsfolgefrequenzen gelten nur für den symmetrischen Multivibrator. t_e ist dann die halbe Periodendauer einer Schwingung. Die Formel für die Frequenzsteuerung bei niedrigen Impulsfolgefrequenzen ist bei $R_R = 0$ auch für einen unsymmetrischen Multivibrator gültig. Man errechnet in diesem Fall zwei Zeiten t_{e1} und t_{e2} , deren Summe die Periodendauer der Impulsfolge ist. Das Nomogramm in Bild 17 dient zur Rechenerleichterung. Aus den Größen U_Z und U_N sind $\ln \left(1 + \frac{U_Z}{U_N} \right) = \ln x$ zu bestimmen, was formal in den Gleichungen für die Frequenzsteuerung sowie für die Frequenzschwankungen, und zwar für hohe und niedrige Impulsfolgefrequenzen, vorkommt. Man muß nur dabei beachten, daß U_Z und U_N für

den Bereich niedriger Frequenzen eine andere Bedeutung haben als für den Bereich hoher Frequenzen, was auch direkt Tabelle II, Gruppe III zu entnehmen ist.

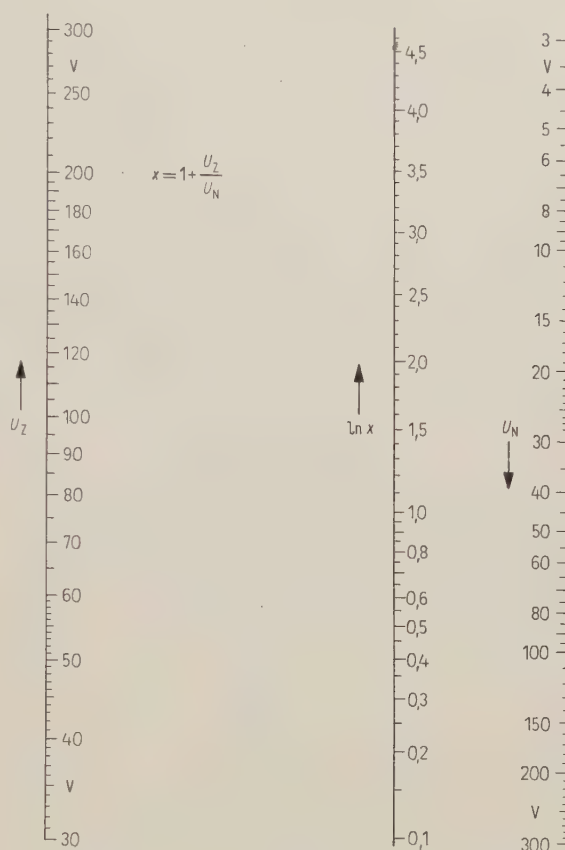


Bild 17. Nomogramm zur Rechenerleichterung der Formeln in den Tabellen I und II.

Beispiel 1

Symmetrischer Multivibrator mit hoher Impulsflankensteilheit, geringen Frequenzschwankungen und der festen Impulsfolgefrequenz $f_1 = 500$ Hz; verwendete Röhre ECC 82, $U_B = 150$ V. Dabei ist $U_e = -15$ V.

Zur Erzielung einer hohen Flankensteilheit verwenden wir einen Aufbau mit $R_R C_R$ -Glieder. Um eine geringe Frequenzschwankung zu erhalten, wählen wir eine positive Gittervorspannung $U_V = U_B$. Diese Maßnahme hat allerdings nur dann Sinn, wenn $U_{VGr} \gg U_B$ ist, da ja, wie früher gezeigt, die Frequenzschwankungen in der Nähe von U_{VGr} sehr groß sind. Durch Probieren ergibt sich als günstigster Außenwiderstand in bezug auf die Flankensteilheit $R_a = 8$ k Ω . Dabei ist der Spannungsabfall an R_a bei geöffneter Röhre $U_B - U_a = 80$ V. Für nicht zu hohe Ansprüche an die Frequenzkonstanz genügt es in praxi, den Einfluß der äußeren Störeinströmung $i_{störN}$ bei niedrigen Frequenzen herabzusetzen, was nach Tabelle II, Gruppe I bedeutet, den Faktor A_3 möglichst klein zu machen. Nach Tabelle II ergibt sich für A_3 (niedrige Impuls-

folgefrequenzen) bei Wahl von $R_g = 0,9 \text{ M}\Omega$, $R_R = 0,1 \text{ M}\Omega$:

$$A_3 = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$$

und nach Tabelle I

$$U_{V \text{ Gr}} = 317,5 \text{ V},$$

d. h., die Grenzspannung liegt wie gefordert weit über der Betriebsspannung U_B . Für $R_R = 0$ ergibt sich $A_3 = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$, d. h. eine Schaltung mit R_R liegt hinsichtlich des Einflusses äußerer Störungen immer ungünstiger als der einfache Multivibrator mit $R_R = 0$. Bei $U_V = 0$ ist A_3 in der oben gewählten Schaltung $32,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}$, d. h. man erzielt durch Wahl von $U_V = U_B$ eine beträchtliche Verringerung der Frequenzschwankung. Für die gewählte Schaltung mit $R_g = 0,9 \text{ M}\Omega$, $R_R = 0,1 \text{ M}\Omega$, $R_a = 8 \text{ k}\Omega$ (d. h. $U_B - U_a = 80 \text{ V}$ bei $U_B = 150 \text{ V}$) und $U_e = -15 \text{ V}$ ergibt sich aus der Beziehung für niedrige Impulsfolgefrequenzen aus Tabelle I

$$C_g = 4 \text{ nF}.$$

C_R , das in diesem Fall keinen Einfluß auf die Impulsfolgefrequenz hat, da wir weit unterhalb der Grenzspannung arbeiten, wählen wir mit Rücksicht auf die Flankensteilheit zu 16 pF . Damit sind die Bemessungsgrößen des Multivibrators:

Röhre: ECC 82,

$$U_B = 150 \text{ V},$$

$$U_V = 150 \text{ V},$$

$$R_a = 8 \text{ k}\Omega,$$

$$R_g = 0,9 \text{ M}\Omega,$$

$$C_g = 4 \text{ nF},$$

$$R_R = 0,1 \text{ M}\Omega,$$

$$C_R = 16 \text{ pF}.$$

Beispiel 2

Symmetrischer Multivibrator mit extrem geringer Frequenzschwankung; verwendete Röhre ECC 82, $U_B = 150 \text{ V}$, $f_1 = 500 \text{ Hz}$.

Wir verzichten auf große Flankensteilheit und bemessen die Schaltung nur hinsichtlich geringer Frequenzschwankungen. Dazu setzen wir $R_R = 0$ und machen R_g sehr klein, nämlich $100 \text{ k}\Omega$. Wir wählen wie im vorigen Beispiel die Gittervorspannung U_V wieder gleich der Betriebsspannung U_B . Da jetzt auch die ersten beiden Glieder

$$A_1^2 m^2 [U_B - U_a] \quad \text{und} \quad A_2^2 u_e^2$$

aus der Beziehung für Frequenzschwankungen in Tabelle II Bedeutung gewinnen, müssen wir versuchen, auch diese klein zu halten. A_2 verändert sich mit U_V kaum und ist von $U_B - U_a$ unabhängig, so daß nur das Glied $A_1^2 m^2 [U_B - U_a]$ verbleibt. Unter der Annahme, daß für dieses Glied nur das Rauschen bestimmend ist, da die Speisespannung U_B bei so extremen Bedingungen weitgehend konstant gehalten werden sollte, erhält man mit

$$m [U_B - U_a] = A_0 r [I_a],$$

worin für den Fall des Funkelrauschens $r[I_a]$ praktisch vom Strom unabhängig ist, also näherungsweise als konstant angesehen werden darf, für das

1. Glied der Gl. (I) von Tabelle II

$$A_1^2 A_0^2 r^2 [I_a].$$

Der Koeffizient

$$A_1 A_0 = \frac{1}{\ln x} \frac{1}{U_N + U_Z} \frac{2 U_a (U_B - U_a)}{3 U_B - U_a}$$

soll möglichst klein sein. Das läßt sich bei festgewähltem U_V und damit festem U_N wegen $U_Z = U_B - U_a + U_e$ nur mit einem möglichst kleinen U_a erreichen, denn bei $U_a = 0$ ist auch $A_1 A_0 = 0$. Wir wählen $U_a = 20 \text{ V}$, um einen nicht zu großen Außenwiderstand R_a zu erhalten, der bei Verwendung der ECC 82 dafür gleich $75 \text{ k}\Omega$ sein muß. Damit wird $A_1 A_0 = 0,082 \text{ V}^{-1}$. Für das Beispiel 1 ist im Vergleich dazu

$$A_1 A_0 = 0,44 \text{ V}^{-1},$$

d. h. die getroffenen Maßnahmen, wie Weglassung von R_R und Erniedrigung von U_a von 70 V auf 20 V , bringen eine Verringerung der im wesentlichen vom Funkelrauschen herrührenden Frequenzschwankungen um den Faktor fünf.

Der Faktor A_3 ergibt sich zu

$$A_3 = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1}.$$

Der kleinere Störanteil des Gliedes

$$A_3^2 i_{\text{störn}}^2 (R_g + R_R)^2$$

wird im wesentlichen durch $R_R = 0$ und Wahl eines relativ kleinen Gitterwiderstandes R_g von $100 \text{ k}\Omega$ bewirkt. Gegenüber dem Beispiel 1 wird hier eine Verringerung um einen Faktor von etwa 15 erreicht. Für $f_1 = 500 \text{ Hz}$ erhält man $C_g = 19 \text{ nF}$, damit lauten die Daten dieser Schaltung:

Röhre: ECC 82,

$$U_B = 150 \text{ V},$$

$$U_V = 150 \text{ V},$$

$$R_a = 75 \text{ k}\Omega,$$

$$R_g = 100 \text{ k}\Omega,$$

$$C_g = 19 \text{ nF}.$$

Beispiel 3

Symmetrischer Multivibrator mit Frequenzregelung durch Gittervorspannung im Bereich von 10 Hz bis 1 kHz ; verwendete Röhre ECC 82, $U_B = 150 \text{ V}$, $U_e = -15 \text{ V}$. Die Frequenzregelung soll im Bereich von $U_V = 0$ bis $U_V = U_B = 150 \text{ V}$ erfolgen.

Um keinen zu scharfen Knick in der Steuerkennlinie zu erhalten, legen wir $U_{V \text{ Gr}}$ möglichst tief. Das erreicht man, wenn man R_R gegen R_g sehr groß macht. Für $R_R \rightarrow \infty$ ist

$$U_{V \text{ Gr min}} = \frac{1}{2} (U_B - U_a) + U_e.$$

Nun ist $U_e = -15 \text{ V}$. Deshalb läßt sich durch Verringern von $U_B - U_a$ ein niedriger Wert von $U_{V \text{ Gr}}$ erreichen. Wir wählen deshalb einen möglichst kleinen Außenwiderstand, der mit Rücksicht auf nicht zu kleine Impulsamplituden $5 \text{ k}\Omega$ beträgt, was einem $U_B - U_a = 60 \text{ V}$ entspricht. Damit ist $U_{V \text{ Gr min}} = 15 \text{ V}$.

Wählen wir $R_g = 0,2 \text{ M}\Omega$, $R_R = 2,0 \text{ M}\Omega$, so erhalten wir

$$U_{VGr} = 17,2 \text{ V},$$

einen Wert, der von dem unteren möglichen Grenzwert von 15 V nicht sehr weit entfernt ist.

Aus der Steuerfunktion für niedrige Impulsfrequenzen (Tabelle I) ergibt sich mit $f_i = 10 \text{ Hz}$ bei $U_V = 0$

$$C_g = 0,18 \text{ }\mu\text{F}.$$

Aus der Steuerfunktion für hohe Impulsfrequenzen (Tabelle I) ergibt sich mit $f_i = 1000 \text{ Hz}$ bei $U_V = 150 \text{ V}$

$$C_R = 800 \text{ pF}.$$

Damit erhalten wir für diese Schaltung:

Röhre: ECC 82,

$$U_B = 150 \text{ V},$$

$$R_a = 5 \text{ k}\Omega,$$

$$R_g = 0,2 \text{ M}\Omega,$$

$$C_g = 0,18 \text{ }\mu\text{F},$$

$$R_R = 2,0 \text{ M}\Omega,$$

$$C_R = 800 \text{ pF},$$

$$U_V = 0 \text{ bis } 150 \text{ V},$$

$$f_i = 10 \text{ bis } 1000 \text{ Hz}.$$

Herrn Prof. Dr.-Ing. V. ASCHOFF danke ich für die Ermöglichung dieser Arbeit und Herrn Dr.-Ing. W. SCHÜSSLER für die Unterstützung und Förderung, die er der Arbeit zuteil werden ließ.

Anhang zur Frequenzsteuerung

1. u_{II} (positive Gitterspannungsphase)

Man gelangt von Bild 18 zu 19, wenn man bedenkt, daß die sehr kurzzeitigen Vorgänge, an denen R_a , R_{ig} , C_R und C_e beteiligt sind, in der Rechnung nicht berücksichtigt werden.

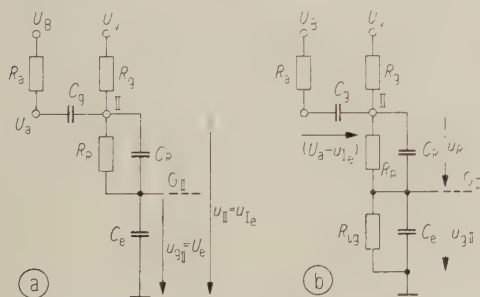


Bild 18. Rasche Ausgleichvorgänge im Schaltungsteil II von Bild 4 bei $t = 0$;
(a) kurz vor dem Kippen,
(b) kurz nach dem Kippen.

Wegen $R_{ig} \ll R_R$ ist in Bild 19b

$$u_{II} = u_R + u_{gII} \approx u_R.$$

Wir berechnen u_R . Am Knotenpunkt II ist

$$i_C + i_{R_g} = i_R \quad (10a)$$

mit

$$i_C = C_g \frac{du_C}{dt}, \quad i_{R_g} = \frac{u_{R_g}}{R_g}, \quad i_R = \frac{u_R}{R_R}. \quad (10b)$$

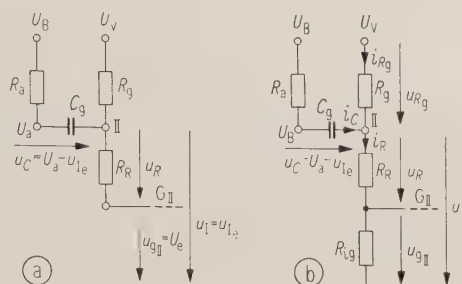


Bild 19. Langsame Ausgleichvorgänge im Schaltungsteil II von Bild 4 bei $t = 0$;
(a) kurz vor dem Kippen,
(b) kurz nach dem Kippen.

Daraus folgt

$$\frac{u_R}{R_R} = \frac{u_{R_g}}{R_g} + C_g \frac{du_C}{dt}.$$

Führen wir in diese Gleichung

$$u_C = U_B - u_{II} \approx U_B - u_R$$

und

$$u_{R_g} = U_V - u_{II} \approx U_V - u_R$$

(aus Bild 19b direkt zu entnehmen) ein, so wird

$$u_R \frac{R_g + R_R}{R_R} + R_g C_g \frac{du_R}{dt} = U_V. \quad (11)$$

Die Anfangsbedingung ($t = 0$) lautet nach Bild 19a und b

$$u_{II0} \approx u_{R0} \approx U_B - U_a + u_{Ie}.$$

Mit

$$T_2 = \frac{R_R}{R_g + R_R} R_g C_g = \frac{R_R}{R_g + R_R} T_1 \quad (12)$$

erhalten wir als Lösung von Gl. (11)

$$u_{II} \approx u_R = \left(U_B - U_a + u_{Ie} - U_V \frac{R_R}{R_g + R_R} \right) \cdot e^{-t/T_2} + U_V \frac{R_R}{R_g + R_R}. \quad (13a)$$

Mit den Abkürzungen

$$A = \left(U_B - U_a + u_{Ie} - U_V \frac{R_R}{R_g + R_R} \right)$$

und

$$B = U_V \frac{R_R}{R_g + R_R}$$

lautet Gl. (13a) auch

$$u_{II} \approx u_R = A e^{-t/T_2} + B \quad (13b)$$

und an der Stelle $t = t_e$, dem nächsten Kipp-Punkt nach $t = 0$, ergibt sich

$$u_{IIe} \approx A e^{-t_e/T_2} + B. \quad (13c)$$

2. u'_g (rascher Anteil der negativen Gitterspannungsphase)

u'_g ist der Gitterspannungsanteil von u_{gI} , der sehr rasch, d. h. mit kleiner Zeitkonstante, abläuft. u_{II} , das durch die Entladung von C_g über R_g im wesentlichen bestimmt ist, kann man während dieses Vorganges als konstant ansehen.

In Bild 20b gilt im Knotenpunkt G_I

$$i_{R_R} + i_{C_R} = i_e \quad (14a)$$

mit

$$i_{R_R} = \frac{u_R}{R_R}, \quad i_{C_R} = C_R \frac{du_R}{dt}, \quad i_e = C_e \frac{du_{g_I}}{dt}. \quad (14b)$$

Zwischen u_{g_I} und u_R gilt wegen $u_I = u_{I_0} = \text{const}$ die Beziehung

$$u_{I_0} = u_R + u_{g_I}, \quad (15)$$

wobei

$$u_{I_0} = -(U_B - U_a) + u_{II_e} \quad (16)$$

ist. Gl. (14b) in Gl. (14a) eingeführt ergibt unter Berücksichtigung von Gl. (15)

$$R_R(C_R + C_e) \frac{du_{g_I}}{dt} + u_{g_I} - u_{I_0} = 0.$$

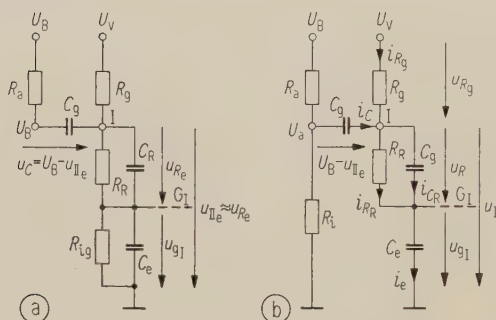


Bild 20. Rasche Ausgleichsvorgänge im Schaltungsteil I von Bild 4 bei $t = 0$;
(a) kurz vor dem Kippen,
(b) kurz nach dem Kippen.

Als Lösung erhält man daraus mit

$$T_3 = R_R(C_R + C_e):$$

$$u_{g_I} = u_{g_{I0}} e^{-t/T_3} + u_{I_0}(1 - e^{-t/T_3}),$$

$$u_{g_I} = u_{I_0} + (u_{g_{I0}} - u_{I_0}) e^{-t/T_3}. \quad (17)$$

Mit Gl. (16) und

$$u_{g_{I0}} = -(U_B - U_a) \frac{C_R}{C_R + C_e}$$

folgt

$$u_{g_I} = -(U_B - U_a) + u_{II_e} - \left[u_{II_e} - (U_B - U_a) \frac{C_e}{C_R + C_e} \right] e^{-t/T_3}. \quad (18)$$

Der Term $u_{I_0} = (U_B - U_a) + u_{II_e}$ stellt die Anfangsbedingung für den langsam ablaufenden Gitterspannungsanteil dar. Schreiben wir

$$u_{g_I} = u_I + u'_g,$$

wobei u'_g der schnell ablaufende Gitterspannungsanteil und u_I der langsam ablaufende Anteil ist, so gilt

$$u'_g = - \left[u_{II_e} - (U_B - U_a) \frac{C_e}{C_R + C_e} \right] e^{-t/T_3} \quad (19)$$

und

$$u_{I_0} = -(U_B - U_a) + u_{II_e}.$$

3. u_I (langsamer Anteil der negativen Gitterspannungsphase)

Der rasche Ausgleichsvorgang u'_g ist abgelaufen und gleich Null. Man kann deshalb Bild 21 der Rechnung zugrunde legen. Hier gilt

$$i = C_g \frac{du_C}{dt} = - \frac{u_{R_g}}{R_g} \quad (20)$$

sowie

$$u_C = U_a - u_I \quad \text{und} \quad u_{R_g} = U_V - u_I. \quad (21)$$

Damit wird aus Gl. (20)

$$-R_g C_g \frac{du_I}{dt} = -U_V + u_I$$

oder

$$u_I + R_g C_g \frac{du_I}{dt} = U_V.$$

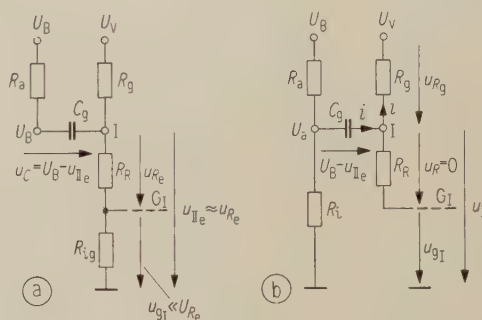


Bild 21. Langsame Ausgleichsvorgänge im Schaltungsteil I von Bild 4 bei $t = 0$;
(a) kurz vor dem Kippen,
(b) kurz nach dem Kippen.

Als Lösung erhält man mit $T_1 = R_g C_g$:

$$u_I = u_{I_0} e^{-t/T_1} + U_V(1 - e^{-t/T_1}) = U_V - (U_V - u_{I_0}) e^{-t/T_1}.$$

Daraus folgt mit Gl. (16)

$$u_I = U_V - (U_B - U_a + U_V - u_{II_e}) e^{-t/T_1}. \quad (22)$$

4. $t_e = f(U_V)$ für niedrige Frequenzen

Für t_e ist $u_{g_I} = U_e$. Weiter ist für $t_e \gg T_2$:

$$U_e = -K_1 e^{-t_e/T_1} + U_V$$

sowie

$$u_{II_e} = U_V \frac{R_R}{R_g + R_R}.$$

Für K_1 erhält man nach Gl. (1)

$$K_1 = U_B - U_a + U_V \frac{R_g}{R_g + R_R}.$$

Damit wird

$$e^{-t_e/T_1} = \frac{R_g}{R_g + R_R} \frac{(U_B - U_a) \frac{R_g + R_R}{R_g} + U_V}{U_V - U_e}$$

und mit $T_1 = R_g C_g$ erhält man Gl. (I) von Tabelle I.

5. $t_e = f(U_V)$ für hohe Frequenzen

Dazu wird zuerst u_{II_e} bestimmt. Hier ist t_e/T_2 sehr klein gegen eins, wir können deshalb näherungsweise

$$u_{II_e} \approx U_B - U_a + u_{I_e} = u_{II_0} \quad (23)$$

setzen, d. h. u_{II} ändert sich während einer halben Periode (t_e) praktisch nicht mehr, oder anders gesagt, die Ladung des Kondensators C_g schwankt nur noch geringfügig um einen Mittelwert. Dieser Mittelwert bleibt nur dann erhalten, wenn Ladung und Entladung dem Betrage nach gleich groß sind. Bezeichnen wir mit i_{C_I} den Entlade- und mit $i_{C_{II}}$ den Ladestrom, so gilt

$$i_{C_I} t_e + i_{C_{II}} t_e = 0.$$

Aus dieser Gleichung folgt mit Gl. (10 b) und Gl. (20)

$$\frac{du_{C_I}}{dt} + \frac{du_{C_{II}}}{dt} = 0.$$

Mit Gl. (22) und Gl. (13 a) sowie mit Berücksichtigung, daß

$$u_{C_I} = U_a - u_I, \quad u_{C_{II}} = U_B - u_{II}$$

ist, wird

$$\frac{du_I}{dt} + \frac{du_{II}}{dt} = 0$$

oder

$$\begin{aligned} & - \left(-\frac{1}{T_1} \right) (U_B - U_a + U_V - u_{II_e}) e^{-t_e/T_1} + \\ & + \left(-\frac{1}{T_2} \right) \left(U_B - U_a + u_{I_e} - U_V \frac{R_R}{R_g + R_R} \right) \cdot \\ & \cdot e^{-t_e/T_2} = 0. \end{aligned}$$

Für die hohen Impulsfolgefrequenzen können wir $t_e/T_1 = 0$ und $t_e/T_2 = 0$ setzen, und erhalten unter Berücksichtigung, daß

$$\frac{1}{T_2} = \frac{R_g + R_R}{R_R} \frac{1}{T_1}$$

ist,

$$\begin{aligned} & (U_B - U_a + U_V - u_{II_e}) - \\ & - \frac{R_g + R_R}{R_R} \left(U_B - U_a + u_{I_e} - U_V \frac{R_R}{R_g + R_R} \right) = 0. \end{aligned}$$

Mit Gl. (23) ist

$$(U_B - U_a + U_V - u_{II_e}) - u_{II_e} \frac{R_g + R_R}{R_R} + U_V = 0$$

und schließlich

$$u_{II_e} = \frac{R_R}{R_g + 2 R_R} (U_B - U_a + 2 U_V). \quad (24)$$

Es sei an dieser Stelle bemerkt, daß man dieses Ergebnis auch erhält, wenn man Gl. (6) für $t = t_e$ in Gl. (16) einführt, nach u_{II_e} auflöst und dabei die oben gemachten Vernachlässigungen berücksichtigt.

Bei $t = t_e$ ist in Gl. (14) $u_{g_1} = U_e$. Wir erhalten dann mit Berücksichtigung von Gl. (24) und der Tatsache, daß bei hohen Impulsfolgefrequenzen $e^{-t_e/T_1} = 1$ gesetzt werden kann, die Gl. (III) von Tabelle I.

Anhang zu Frequenzschwankungen

1. Schwankung von $U_B - U_a$ bei U_B als Schwankungsursache

Hier gilt

$$U_B = R_a I_a + U_a. \quad (25)$$

I_a hängt bei einer Triode von U_g und U_a ab. Da U_g hier als konstant anzusehen ist, hängt I_a in diesem Fall allein von U_a ab. Mit

$$\frac{\partial I_a}{\partial U_a} = \frac{1}{R_i}$$

erhält man durch Differenzieren von Gl. (25) nach U_a

$$dU_a = \frac{1}{1 + (R_a/R_i)} dU_B.$$

Für

$$d(U_B - U_a) = dU_B - dU_a$$

erhält man dann

$$d(U_B - U_a) = \frac{1}{1 + (R_a/R_i)} dU_B.$$

In der Schreibweise des Fehlerfortpflanzungsgesetzes erhalten wir daraus Gl. (4).

2. Schwankung der Spannung $U_B - U_a = R_a I_a$ bei I_a als Schwankungsursache

I_a ist abhängig von U_g und U_a . Die von U_g und U_a unabhängige Schwankung von I_a (z. B. durch schwankende Emissionsfähigkeit der Kathode oder Rauschen u. a.) bezeichnen wir mit $(dI_a)_{U_g, U_a = \text{const}}$. Dann ist

$$\begin{aligned} d(U_B - U_a) &= \\ &= R_a \left[(dI_a)_{U_g, U_a = \text{const}} + \frac{\partial I_a}{\partial U_g} dU_g + \frac{\partial I_a}{\partial U_a} dU_a \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Mit } \frac{\partial I_a}{\partial U_g} = S \quad \text{und} \quad \frac{\partial I_a}{\partial U_a} = \frac{1}{R_i}$$

wird wegen

$$dU_g = -R_k dI_a = -\frac{R_k}{R_a} d(U_B - U_a)$$

$$\text{und} \quad dU_a = -d(U_B - U_a)$$

$$d(U_B - U_a) = \frac{U_B - U_a}{1 + R_k S + (R_a/R_i)} \left(\frac{dI_a}{I_a} \right)_{U_g, U_a = \text{const}}$$

Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich daraus Gl. (5).

Schrifttum

- [1] BAULE, B., Ausgleichs- und Näherungsrechnung. S. Hirzel Verlag, Leipzig 1950.
- [2] BERTRAM, S., The degenerative positive-bias multivibrator. Proc. Inst. Radio Engrs. **36** [1948], 277–280.
- [3] BAR-LEV, A., Negatively-biased multivibrator. Electronics and Radio Engr. **35** [1958], 436–440.
- [4] CHANCE, B., HULSIZER, R. I., MACNICOL, E. F. und WILLIAMS, F. C., Electronics time measurement. McGraw-Hill Book Co., New York 1949, S. 80.
- [5] ROTHE, H., DAHLKE, W. und SCHUBERT, J., Messung der Konstanten des Funkeffektes. Telefunken-Ztg. **26** [1953], 77–84.
- [6] TREILLE, R. und FILIPOWSKY, R., Der Multivibrator. Funktech. Monatshefte [1942], H. 3, 33–44.

Vertikale Drift in der E-Schicht der Ionosphäre während erdmagnetischer Störungen

Von HARRY KOHL

Mitteilung aus dem Max-Planck-Institut für Aeronomie, Institut für Ionosphären-Physik,
Lindau über Northeim/Hann.

(A.E.Ü. 14 [1960], 314–316; eingegangen am 8. April 1960)

Bei erdmagnetischen Störungen treten in der Ionosphäre elektrische Felder auf, die zu vertikalen Driftbewegungen des ionisierten Plasmas führen. Es wird abgeschätzt, wie groß die auftretenden Driftgeschwindigkeiten in der E-Schicht sein können. Es zeigt sich, daß v_{\perp} nur einige Dezimeter je Sekunde betragen kann und daß die E-Schicht dabei nur um einige hundert Meter ansteigen kann — Werte, die unterhalb der Meßgenauigkeit von Ionosonden liegen.

With terrestrial-magnetic disturbances electrical fields appear in the ionosphere that lead to vertical drift of the ionized plasma. The possible magnitude of the drift velocities encountered in the E-layer is estimated. It turns out that v can be not more than a few decimeters per second and that under these conditions the E-layer can rise but a few hundred meters, which is below the measuring accuracy of ionospheric recorders.

Einleitung

In einer früheren Arbeit des Verfassers ist der Einfluß von erdmagnetischen Bai-Störungen auf die F-Schicht untersucht worden [1]. Dabei hatte sich ergeben, daß während einer Bai-Störung beträchtliche Driften in der F-Schicht auftreten und Höhenanstiege der Schicht von 100 km und mehr beobachtbar sind. Als Ursache des Schichtanstieges wurde ein elektrisches Feld angenommen, wie es von D. F. MARTYN [2] vorgeschlagen wurde. Es konnte gezeigt werden, daß in der F-Schicht das neutrale Gas praktisch keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit der Schichtbewegung hat.

Es ist nun die Frage, wie weit sich erdmagnetische Störungen auch in der E-Schicht auswirken können. Hier ist nämlich die Neutralgasdichte um mehrere Zehnerpotenzen größer als in der F-Schicht, und man wird vermuten, daß das Neutralgas die Plasmabewegung erheblich bremst. In der vorliegenden Arbeit soll untersucht werden, wie groß die Driftgeschwindigkeiten sind, die man in der E-Schicht während erdmagnetischer Störungen erwarten kann und wie sie sich auswirken.

1. Lösung der Bewegungsgleichungen

Wie in [1] gehen wir auch hier von den von I. LUCAS und A. SCHLÜTER [3] angegebenen Bewegungsgleichungen eines Plasmas im Magnetfeld aus:

$$\varrho_n \frac{dv_n}{dt} + \beta_-(v_n - v_-) + \beta_+(v_n - v_+) = -\text{grad } p_n + \varrho_n g, \quad (1)$$

$$\varrho_- \frac{dv_-}{dt} + \alpha(v_- - v_+) + \beta_-(v_- - v_n) = -\text{grad } p_- + \varrho_- g - N_p \frac{e}{c} [v_-, H] - N_p e E, \quad (2)$$

$$\varrho_+ \frac{dv_+}{dt} + \alpha(v_+ - v_-) + \beta_+(v_+ - v_n) = -\text{grad } p_+ + \varrho_+ g + N_p \frac{e}{c} [v_+, H] + N_p e E. \quad (3)$$

Dabei bedeuten:

- $\varrho_-, \varrho_+, \varrho_n$ Dichte des Elektronen-, Ionen- und Neutralgases,
- p_-, p_+, p_n Partialdruck des Elektronen-, Ionen- und Neutralgases,
- N_n Anzahl der neutralen Moleküle pro cm^3 ,
- N_p Anzahl der Ionen bzw. Elektronen pro cm^3 ,
- g Vektor der Fallbeschleunigung,
- v_-, v_+, v_n Geschwindigkeit des Elektronen-, Ionen- und Neutralgases,
- E elektrisches Feld das mit der Störung verknüpft ist,
- H erdmagnetisches Feld.

Die Koeffizienten α, β_-, β_+ tragen der „Reibung“ zwischen je zwei Komponenten des Gases Rechnung, und zwar gilt

$$\alpha = N_p^2 \alpha_{+-}, \quad \beta_- = N_n N_p \alpha_{-n}, \quad \beta_+ = N_n N_p \alpha_{+n}.$$

Nach T. G. COWLING [4] ist für Stickstoffatmosphäre (N_2 -Moleküle und N_2^+ -Ionen)

$$\alpha_{+-} = 2,6 \cdot 10^{-26} \cdot T^{-3/2} \frac{\text{g cm}^3}{\text{s}},$$

$$\alpha_{-n} = 9,4 \cdot 10^{-37} \cdot T^{1/2} \frac{\text{g cm}^3}{\text{s}},$$

$$\alpha_{+n} = 2,3 \cdot 10^{-32} \frac{\text{g cm}^3}{\text{s}}.$$

Für die folgende Rechnung nehmen wir $N_n = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $T = 300^\circ \text{ K}$ (nach M. NICOLET [5]) und $N_p = 5 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$ an. Damit wird

$$\beta_+ = 1,15 \cdot 10^{-15} \text{ g cm}^{-3} \text{ s}^{-1},$$

$$\beta_- = 8,1 \cdot 10^{-19} \text{ g cm}^{-3} \text{ s}^{-1},$$

$$\alpha = 1,25 \cdot 10^{-20} \text{ g cm}^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

Das Koordinatensystem legen wir so, daß die z-Achse in Richtung des erdmagnetischen Feldes zeigt und die x-Achse parallel zum Erdboden in

West-Ost-Richtung liegt (Bild 1). Die z -Komponenten unserer Gleichungen (1), (2), (3) brauchen wir dann nicht zu berücksichtigen, denn ein elektrisches Feld kann keine Bewegung der Schicht in Richtung des Magnetfeldes erzeugen, sondern nur eine Polarisation, wie schon in [1] gezeigt wurde.

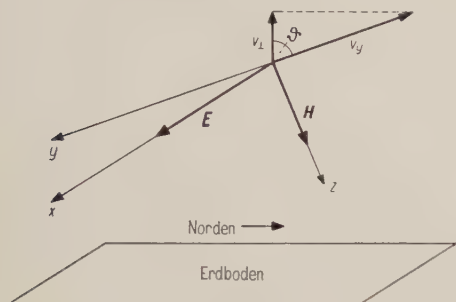


Bild 1. Drift eines Plasmas unter der Einwirkung einer elektrischen Feldstärke.

Zur weiteren Vereinfachung setzen wir noch $v_{y+} = v_{y-}$. Ist nämlich $v_{y+} \neq v_{y-}$, so tritt eine Entmischung von Elektronen und Ionen in der Schicht auf, und das entstehende elektrische Feld beschleunigt die Elektronen solange bis $v_{y+} = v_{y-}$. Auch das ist bereits in [1] gezeigt. Außerdem sollen die Schwerkraft und die Druckgradienten in allen Gleichungen weggelassen werden, denn diese Kräfte sind auch in der ungestörten Atmosphäre vorhanden. Wir beschränken uns also auf die Untersuchung eines elektrischen Feldes als störender Kraft. Nunmehr sind von den neun Gleichungen (1), (2), (3) noch vier übrig:

$$\begin{aligned} \varrho_n \frac{dv_{xn}}{dt} + \beta_-(v_{xn} - v_{x-}) + \beta_+(v_{xn} - v_{x+}) &= 0, \\ \varrho_n \frac{dv_{yn}}{dt} + \beta_-(v_{yn} - v_{y-}) + \beta_+(v_{yn} - v_{y+}) &= 0, \\ \varrho_+ \frac{dv_{x+}}{dt} + \alpha(v_{x+} - v_{x-}) + \beta_+(v_{x+} - v_{xn}) &= \\ &= N_p \frac{e}{c} v_{y+} H_z + N_p e E_x, \\ \varrho_+ \frac{dv_{y+}}{dt} + \alpha(v_{y+} - v_{y-}) + \beta_+(v_{y+} - v_{yn}) &= \\ &= -N_p \frac{e}{c} v_{x+} H_z. \end{aligned} \quad (4)$$

Eine partikuläre Lösung dieses Systems heißt

$$v_{y+} = v_{yn} = -c \frac{E_x}{H_z}, \quad v_{x+} = v_{xn} = 0.$$

Um das zu Gl. (4) gehörige homogene System zu lösen, machen wir den Ansatz

$$\{v_{xn}, v_{yn}, v_{x+}, v_{y+}\} = \{a_1 e^{\lambda t}, a_2 e^{\lambda t}, a_3 e^{\lambda t}, a_4 e^{\lambda t}\}.$$

Wir erhalten damit das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \varrho_n \lambda + \beta_+ & 0 & -\beta_+ & 0 \\ 0 & \varrho_n \lambda + \beta_+ & 0 & -\beta_+ \\ -\beta_+ & 0 & \varrho_+ \lambda + \beta_+ & -\gamma \\ 0 & -\beta_+ & \gamma & \varrho_+ \lambda + \beta_+ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} e^{\lambda t} = 0$$

mit

$$\gamma = \frac{e N_p}{c} H_z.$$

Setzt man die in der E-Schicht herrschenden Bedingungen voraus, so lauten die Wurzeln der charakteristischen Determinante des obigen Gleichungssystems näherungsweise

$$\lambda_{1,2} \approx -\frac{\gamma^2}{\beta_+ \varrho_n} \pm i \frac{\gamma}{\varrho_n} \approx 2,8 \cdot 10^{-6} \pm i 9,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1},$$

$$\lambda_{3,4} \approx -\frac{\beta_+}{\varrho_+} \pm i \frac{\gamma}{\varrho_+} \approx -850 \pm i 265 \text{ s}^{-1}.$$

Die Lösung von Gl. (4), die der Anfangsbedingung $v_{xn} = v_{yn} = v_{x+} = v_{y+} = 0$ zur Zeit $t = 0$ genügt, lautet

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} v_{xn} \\ v_{yn} \\ v_{x+} \\ v_{y+} \end{pmatrix} &\approx - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} c \frac{E_x}{H_z} + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0,29 \\ 0,93 \end{pmatrix} c \frac{E_x}{H_z} e^{-2,8 \cdot 10^{-6} t} \cos 9,0 \cdot 10^{-6} t + \\ &+ \begin{pmatrix} 0,92 \\ 0,05 \\ 0,84 \\ -0,27 \end{pmatrix} c \frac{E_x}{H_z} e^{-2,8 \cdot 10^{-6} t} \sin 9,0 \cdot 10^{-6} t + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,29 \\ 0,07 \end{pmatrix} c \frac{E_x}{H_z} e^{-850 t} \cos 265 t + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,07 \\ -0,29 \end{pmatrix} c \frac{E_x}{H_z} e^{-850 t} \sin 265 t. \end{aligned} \quad (5)$$

2. Diskussion der Lösung

Wir interessieren uns nur für die Komponente v_{y+} , weil als vertikale Bewegung nur $v_{y+} \cos \vartheta$ (ϑ -Inklination des erdmagnetischen Feldes) beobachtbar ist. Die beiden letzten Terme in Gl. (5) klingen im Bruchteil einer Sekunde ab ($e^{-850 t}$), so bleibt nur

$$v_{y+} \approx c \frac{E_x}{H_z} (-1 + 0,93 e^{-2,8 \cdot 10^{-6} t} \cos 9,0 \cdot 10^{-6} t - 0,27 e^{-2,8 \cdot 10^{-6} t} \sin 9,0 \cdot 10^{-6} t). \quad (6)$$

Ist $t < 5000$ s, so sind praktisch der Sinus in Gl. (6) gleich Null und der Kosinus sowie die Exponentialfunktion gleich eins. Dann ist

$$v_{y+} \approx -0,07 c \frac{E_x}{H_z}. \quad (7)$$

Wird $t > 5000$ s, so wächst auch v_{y+} langsam an.

Nach $t = 10$ Stunden hat es seinen Wert vervierfacht.

Das gilt jedoch nur für ein homogenes Plasma und Neutralgas, in dem keine Rekombination oder Anlagerung stattfindet. In der E-Schicht beträgt die Lebensdauer eines Elektrons oder Ions nur 10^3 s, so daß es keinen Sinn hat, die Bewegung eines Teilchens über eine längere Zeit zu verfolgen. Die neu gebildeten Ionen und Elektronen entstehen aus neutralen Atomen, die ebenfalls in Bewegung sind, jedoch ist für ein inhomogenes Neutralgas unsere obige Rechnung nicht gültig. Deshalb wollen wir im folgenden nur Gl. (7) betrachten.

3. Auswirkung der Drift auf die E-Schicht

Eine vertikale Aufwärtsdrift muß in der E-Schicht zu einer Anhebung Δh_m des Schichtmaximums führen. Nach E. V. APPLETON und A. J. LYON [6] ist

$$\Delta h_m = \frac{v_{\perp}}{2\alpha N_m} \quad (8)$$

Dabei ist α der Rekombinationskoeffizient der Schicht, der in der E-Schicht zwischen $1 \cdot 10^{-8}$ und $4 \cdot 10^{-8}$ liegt [7]; N_m ist die Elektronenkonzentration im Schichtmaximum und v_{\perp} die vertikale Driftgeschwindigkeit (positiv nach oben).

Setzt man Gl. (7) in (8) ein, so erhält man

$$\Delta h_m = \frac{0,07}{2\alpha N_m} c \frac{E_x}{H_z} \cos \vartheta. \quad (9)$$

Um Δh_m abschätzen zu können, muß man die mit der magnetischen Störung verbundene elektrische Feldstärke E_x kennen. Diese läßt sich jedoch nur indirekt erschließen. In der F-Schicht ist die vertikale Driftgeschwindigkeit nach [2]

$$v_{\perp F} = c \frac{E_x}{H_z} \cos \vartheta.$$

Man beobachtet nachts bei erdmagnetischen Störungen Geschwindigkeiten $v_{\perp F} \approx 30$ m/s, d. h. $E_x \approx 1,2 \cdot 10^{-7}$ el.st.cgs. $\approx 3,6 \cdot 10^{-5}$ V/cm in der F-Schicht. Mit D. F. MARTYN [2] nehmen wir an, daß E_x von der Höhe nicht abhängt, so daß es in der E-Schicht den gleichen Wert besitzt wie in der F-Schicht. Nun ist am Tage die gesamte Leitfähigkeit der Ionosphäre etwa 5 bis 10mal größer als nachts. Das bedeutet, daß eine gleich starke erdmagnetische Störung (genauer: gleich starker S_D -Anteil der Störung) am Tage mit einer um den

Faktor 5 bis 10 geringeren elektrischen Feldstärke verbunden ist, also $E_x \approx 1,2$ bis $2,4 \cdot 10^{-8}$ el.st.cgs. Setzt man noch $N_m = 10^5$ cm $^{-3}$ ein, so bekommt man aus Gl. (9)

$$\Delta h_m \approx 25 \text{ bis } 200 \text{ m.}$$

Nun gilt die bisherige Rechnung für Stickstoffatmosphäre (N_2 - und N_2^+ -Teilchen). In der E-Schicht besteht das neutrale Gas zwar zum größten Teil aus N_2 -Molekülen; bei den Ionen handelt es sich jedoch um O^+ -Ionen. Diese besitzen einen geringeren Stoßquerschnitt und wegen ihrer geringeren Masse eine höhere thermische Geschwindigkeit, so daß sich im Falle von O^+ -Ionen das Plasma schneller bewegen wird als oben errechnet. Die Driftgeschwindigkeit erhöht sich dadurch schätzungsweise um den Faktor zwei. Damit erhält man dann

$$\Delta h_m \approx 50 \text{ bis } 400 \text{ m.}$$

Dieser Höhenanstieg ist so gering, daß er unterhalb der Meßgenauigkeit von Ionosonden liegt. Selbst mit statistischen Methoden dürfte er kaum nachweisbar sein, weil zu viele systematische Fehler in die Messung eingehen (Absorption, Abdeckung durch Es, Veränderung der Meßapparatur über längere Zeiträume).

W. G. J. BEYNON und G. M. BROWN [8] haben bei erdmagnetischen Störungen Abweichungen von f_{0E} um einige Prozent des normalen Wertes festgestellt. Diese Abweichungen hängen aber wesentlich von $\partial v_{\perp} / \partial h$ ab. Eine theoretische Berechnung von $\partial v_{\perp} / \partial h$ ist jedoch sehr schwierig, weil bei inhomogener Atmosphäre die Koeffizienten α , β_- und β_+ von Ort und Zeit abhängig sind. Die Frage der Grenzfrequenzdepression soll daher hier nicht untersucht werden.

Schrifttum

- [1] KOHL, H., Bewegungen der F-Schicht der Ionosphäre bei erdmagnetischen Bai-Störungen. A.E.U. **14** [1960], 169–176.
- [2] MARTYN, D. F., The morphology of the ionospheric variations associated with magnetic disturbance. Proc. Roy. Soc. London (A) **218** [1953], 1–18.
- [3] LUCAS, I. und SCHLÜTER, A., Plasmatheorie der Ionosphäre. A.E.U. **8** [1954], 27–30.
- [4] COWLING, T. G., The electrical conductivity of an ionized gas in a magnetic field with applications to the solar atmosphere and the ionosphere. Proc. Roy. Soc. London (A) **183** [1945], 453–461.
- [5] NICOLET, M., The collision frequency of the electrons in the lower ionosphere. Ionosphere Research Laboratory Internal Memo. No. 171 (1957).
- [6] APPLETON, E. V. und LYON, A. J., Ionospheric layer formation under quasi-stationary conditions. Rep. Conference Phys. Ionosphere (1954), 20–39.
- [7] APPLETON, E. V., The normal E-region of the ionosphere. Proc. Inst. Radio Engrs. **14** [1959], 155–159.
- [8] BEYNON, W. G. J. und BROWN, G. M., Geomagnetic distortion of region-E. J. atmos. terrest. Phys. **14** [1959], 138–166.

Filterschaltungen für extrem niedrige Frequenzen ohne Verwendung von Induktivitäten

VON HANS G. JUNGMEISTER und HERBERT L. KÖNIG

Mitteilung aus dem Elektrophysikalischen Institut der Technischen Hochschule München

(A.E.Ü. 14 [1960], 317—324; eingegangen am 6. April 1960)

DK 621.372.54.029.42

Es wird gezeigt, wie für extrem niedrige Frequenzen mit Hilfe des Doppel-T-*RC*-Gliedes und diverser *RC*-Korrekturglieder in L-Form passive Frequenz- und Bandsperrn sowie Hoch- und Tiefpässe hergestellt werden können.

Ferner wird die Konstruktion von aktiven Frequenz- und Bandpässen unter Verwendung des Doppel-T-Gliedes und von aktiven Tiefpässen behandelt.

Mit allen beschriebenen Schaltungen sind besonders hohe Flankensteilheiten zu erzielen, wie sie bei der Verwendung von Induktivitäten und Kapazitäten bei sehr niedrigen Frequenzen nicht mehr zu erreichen sind.

Sämtliche angegebenen Formeln werden darauf abgestellt, dem praktisch tätigen Ingenieur die rasche und exakte Dimensionierung von Filtern mit vorgegebenen Eigenschaften unter Vermeidung komplizierter Rechnungen zu ermöglichen.

It is shown how passive frequency and band stop filters as well as high-pass and low-pass filters for extremely low frequencies can be established with the aid of the twin-T *R-C* network and various correcting *R-C* networks in an L-configuration.

The paper discusses also the design of active frequency and band pass filters with the use of the twin-T network and active low-pass filters.

All circuit configurations described allow particularly high steepness of cutoff to be attained, as can no longer be accomplished at very low frequencies with the use of inductance and capacitance elements.

All formulas stated serve the objective of enabling the practically operating engineer, rapidly and exactly to proportion filters with given characteristics, while avoiding complicated calculating work.

1. Einleitung

Filterschaltungen, die keine Induktivitäten enthalten, sind unter dem Namen *RC*-Schaltungen allgemein bekannt und sehr verbreitet, da sie sich besonders für niedrige Frequenzen eignen. Die meisten dieser Schaltungen haben aber den Nachteil einer zu geringen Flankensteilheit. Deshalb werden im folgenden einige weniger bekannte Schaltungen zusammenfassend behandelt, die bei tragbarem Aufwand hohe Flankensteilheiten erzielen.

Um dem Konstrukteur lange Rechnungen zu ersparen, werden Formeln angegeben, die eine rasche Übersicht und exakte, optimale Dimensionierungsvorschriften für vielerlei Anwendungsfälle ermöglichen.

2. Passive Filterschaltungen

2.1. Das Doppel-T-*RC*-Glied

Zur Herstellung von Frequenzsperrn, Bandsperrn, gegebenenfalls auch Hoch- und Tiefpässen mit steilen Flanken empfiehlt sich als passives Filternetzwerk für Niederfrequenz (bis zu niedrigsten Frequenzen!) das Doppel-T-*RC*-Glied [1] gemäß Bild 1. Es besitzt sperrkreisähnliche Eigenschaften.

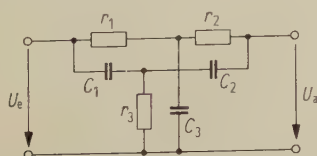


Bild 1. Doppel-T-*RC*-Glied.

Dimensionierung:

r_1 und r_2 sind frei wählbar,

$$r_3 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}, \quad (1)$$

$$C_n = \frac{1}{r_n \omega_0}, \quad n = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$\omega_0 = 2\pi f_0$ gewünschte Null- oder Sperrfrequenz.

Die durch verschiedene Wahl von r_1 und r_2 erhaltenen Eigenschaften werden durch das Symmetriemaß a beschrieben:

$$a = \frac{r_2}{r_1 + r_2} = \frac{r_2}{r}, \quad (3)$$

$r = r_1 + r_2$ Summe der Längswiderstände.

In dieser Art der Dimensionierung sind alle notwendigen Freiheitsgrade enthalten. Eine darüber hinausgehende Unsymmetrie würde die Eigenschaften des Filters lediglich verschlechtern.

Die Frequenzcharakteristik des Filters bei Speisung mit eingepprägter Spannung U_e und sekundärem Leerlauf errechnet sich zu

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1 - \gamma^2}{1 - \gamma^2 + j \frac{2}{a} \gamma}, \quad (4)$$

darin ist $\gamma = \omega/\omega_0$;

$$\text{Betrag: } \left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{2\gamma}{a(1 - \gamma^2)} \right]^2}}, \quad (5)$$

$$\text{Phase: } \varphi_{U_a/U_e} = -\arctan \frac{2\gamma}{a(1-\gamma^2)}. \quad (6)$$

Den Verlauf der Betragskurve zeigt Bild 2, die Abhängigkeit der Bandbreite b von r_1 und r_2 Bild 3 (siehe auch die Tabelle zu Bild 3).

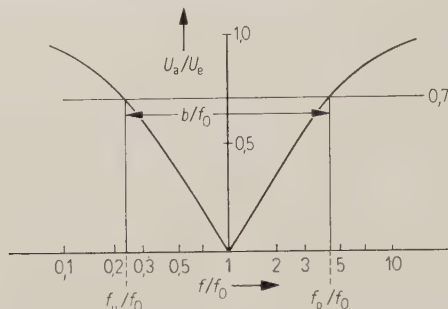


Bild 2. Frequenzgang des Doppel-T-Gliedes ($a = 0,5$).

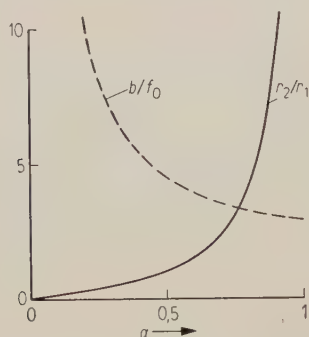


Bild 3. Symmetrie und Bandbreite.

b/f_0	a	r_2/r_1
∞	0	0
20,1	0,1	1:9
10,2	0,2	1:4
6,95	0,3	3:7
5,38	0,4	2:3
4,47	0,5	1:1
3,89	0,6	3:2
3,49	0,7	7:3
3,20	0,8	4:1
3,00	0,9	9:1
2,83	1,0	∞

Mit r_3 wird die Nullschärfe eingestellt. Soll die Dämpfung bei der Nullfrequenz nicht den größtmöglichen Wert (theoretisch unendlich) annehmen, so muß r_3 etwas abweichend vom theoretischen Wert gewählt werden.

Die Frequenz wird mit r_1 und r_2 oder C_3 genau eingestellt. Die „Sperrbandbreite“ b ist

$$b = f_0 \frac{2}{a} \sqrt{1+a^2}, \quad (7)$$

$$f_0 = f_0 \frac{1}{a} (1 + \sqrt{1+a^2}), \quad (8)$$

$$f_u = f_0 \frac{1}{a} (-1 + \sqrt{1+a^2}), \quad (9)$$

$$0 \leq a \leq 1.$$

Justierbarkeit und Konstanz der Frequenz:

Größte Frequenzvariabilität ist gegeben, wenn

$$r_1 \gg r_2 \quad \text{oder} \quad r_2 \gg r_1.$$

Für die Praxis genügt ein Verhältnis 1:4 bzw. 4:1.

Größte Frequenzstabilität besteht, wenn $r_1 = r_2$, d. h. im symmetrischen Fall ($a = 0,5$).

Zwei praktische Ausführungen des Doppel-T-Gliedes, die sich zum Abgleichen gut eignen, zeigt Bild 4.

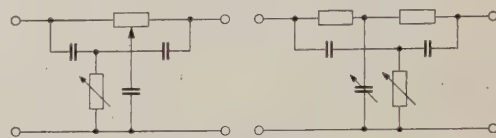


Bild 4. Praktische Ausführung des Doppel-T-Gliedes.

Frequenzjustierung und Nullschärfejustierung sind bei *kleinen* Abweichungen von den theoretisch ermittelten Werten voneinander unabhängig.

Anpassung:

Die bisher gebrachten Gleichungen gelten für einen Innenwiderstand $R_i = 0$ der speisenden Quelle und für einen unendlich großen Belastungswiderstand R_a . Für die Praxis gelten folgende Werte:

Eingangswiderstand des Doppel-T-Gliedes bei der Nullfrequenz:

$$Z_{e0} = \frac{\sqrt{2}}{2} (r_1 + r_2) (1-a) e^{-j\pi/4}, \quad (10)$$

bei sehr hohen Frequenzen ($|X| \ll r$, $R_a \gg r$)¹:

$$Z_{eHF} \approx \frac{r}{2} (a - a^2), \quad (11)$$

bei sehr niedrigen Frequenzen ($|X| \gg R_a$):

$$Z_{eNF} \approx r_1 + r_2 + R_a. \quad (12)$$

Ausgangswiderstand des Doppel-T-Gliedes bei der Nullfrequenz:

$$Z_{a0} = \frac{\sqrt{2}}{2} (r_1 + r_2) a e^{-j\pi/4}, \quad (13)$$

bei sehr hohen Frequenzen:

$$\frac{1}{Z_{aHF}} \approx \frac{2}{r_1} + \frac{2}{r_2} + \frac{1}{R_1}, \quad (14)$$

bei sehr niedrigen Frequenzen ($|X| \gg r$):

$$Z_{aNF} \approx r_1 + r_2 + R_1. \quad (15)$$

Für einwandfreies Filterverhalten sind folgende Speise- und Abschlußbedingungen zu beachten:

Wenn r gegeben ist (z. B. mit Rücksicht auf die Größe der Kondensatoren), dann muß

$$R_1 = \frac{1}{2k_1} r (a - a^2), \quad k_1 \geq 3, \quad (16)$$

$$R_a = k_2 r, \quad k_2 \geq 3 \quad (17)$$

¹ $|X|$ ist der Betrag der Summe der Längsreaktanzen.

sein. Für gegebenes R_a und R_i ist das optimale r

$$r = \sqrt{\frac{2 R_i R_a}{a - a^2}} \quad (18)$$

In jedem Fall ist zu beachten, daß

$$\frac{R_a}{R_i} \geq \frac{20}{a - a^2} \quad (19)$$

ist. Es ist also z. B. der Mindestwert für R_a/R_i bei $a = 0,5$ etwa 80, bei $a = 0,8$ etwa 125 und bei $a = 0,9$ etwa 220.

Das symmetrische Filter (mit $a = 0,5$) ist angebracht, wenn Frequenzkonstanz und niedrigstes R_a/R_i -Verhältnis gewünscht werden.

Das asymmetrische Filter (mit $a = 0,8$, im Extremfall $a = 0,9$) ist empfehlenswert bei den Forderungen nach guter Frequenzvariabilität und Justierbarkeit sowie niedriger Sperrbandbreite (größte Flankensteilheit).

Einen Kompromiß zwischen beiden gibt $a = 0,6$.

Die Kettenschaltung von mehreren Doppel-T-Gliedern, um Bandsperrekurven zu erzielen, ist möglich, jedoch sollen die Nullfrequenzen der einzelnen direkt aufeinander folgenden Filter um wenigstens eine Oktave auseinanderliegen, um gegenseitige Beeinflussung zu vermeiden. Andernfalls ist die Zwischenschaltung von Pufferstufen (Kathodenfolgestufen) notwendig. Sie ist jedoch in jedem Fall ratsam, auch im Hinblick auf die Impedanzwandlung.

Die steilen Flanken der Doppel-T-Glieder kann man auch für Hoch- und Tiefpässe ausnutzen, indem man L- oder T-Glied-Hoch- bzw. Tiefpässe mit Doppel-T-Gliedern kombiniert.

Je nach den Anforderungen sind Korrekturglieder nötig, die die schon im Durchlaßbereich abfallenden Flanken der Doppel-T-Glied-Charakteristik anheben.

2.2. Korrekturglieder im Zusammenhang mit dem Doppel-T-Glied

2.2.1. Verbesserung des Kurvenabfalls oberhalb und unterhalb der Nullfrequenz bei Verwendung des Doppel-T-Gliedes als Frequenzsperre

Bild 6 zeigt als Beispiel einen Korrekturkurvenverlauf, der mit einem Doppel-L-RC-Glied gemäß Bild 5 erreicht werden kann, wobei

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \frac{\lambda^2 + 1}{\sqrt{\lambda^4 + 15 \lambda^2 + 25}} \quad (20)$$

ist mit $\lambda = \omega R_1 C_1 = \omega/\omega_1$. Die Frequenz $\omega_1 = 1/R_1 C_1$ ist dabei in den Bereich zu legen, in dem die Durchlaßkurve des Doppel-T-Gliedes absinkt (z. B. für $a = 0,5$, $f_0 = 3,8 f_1$).

Für einen Kurvenverlauf nach Bild 8 gilt entsprechend die Schaltung nach Bild 7, wobei

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \frac{\lambda^2 + 1}{\sqrt{25 \lambda^4 + 15 \lambda^2 + 1}} \quad (21)$$

ist mit $\lambda = \omega R_2 C_2 = \omega/\omega_2$. Die Frequenz $\omega_2 = 1/R_2 C_2$ ist in den Bereich nach der Nullstelle zu

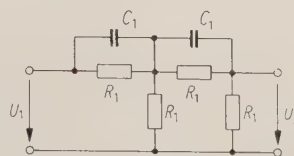


Bild 5. Korrekturfilter für die untere Flanke.

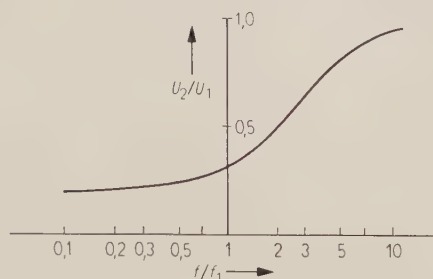


Bild 6. Frequenzgang des Korrekturfilters für die untere Flanke.

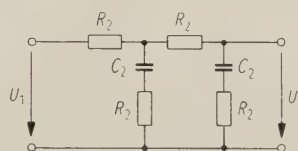


Bild 7. Korrekturfilter für die obere Flanke.

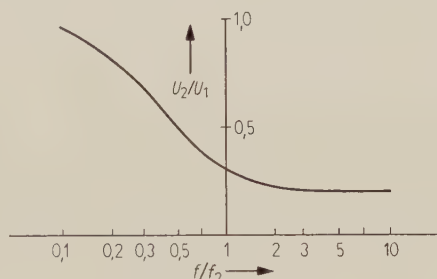


Bild 8. Frequenzgang des Korrekturfilters für die obere Flanke.

legen, in dem die Durchlaßkurve des Doppel-T-Gliedes ansteigt (für $a = 0,5$ wählt man $f_0 = 0,26 f_2$). Die Kettenschaltung je eines dieser Korrekturfilter mit einem Doppel-T-Glied (getrennt durch Pufferstufen!) ergibt dann einen Kurvenverlauf nach Bild 9.

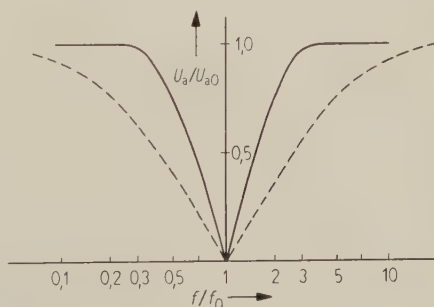


Bild 9. Frequenzgang des Doppel-T-Gliedes mit beiden Korrekturfiltern ($a = 0,5$) (gestrichelt: Doppel-T-Glied allein).

2.2.2. Ergänzungsglieder für das Doppel-T-Glied zur Erzeugung flankensteiler Hoch- und Tiefpässe

Bei Verwendung dieser Korrekturglieder muß das Doppel-T-Glied nicht mit einem normalen Hoch- oder Tiefpaß kombiniert werden; das Doppel-T-Glied ergibt mit einem der im folgenden beschriebenen Ergänzungsglieder einen vollständigen Hoch- bzw. Tiefpaß.

Für Tiefpässe empfiehlt sich die Anwendung kombinierter L-Glieder nach Bild 10. Setzt man dabei

$$\begin{aligned} 2R_2 &= 3R_1, & \omega_1 &= 1/R_1 C_1, & \omega_2 &= 1/R_2 C_2, \\ 4R_3 &= R_1, & \omega_2 &= 5\omega_1, & \omega/\omega_2 &= \lambda, \end{aligned} \quad (22)$$

so gilt

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = 6 \sqrt{\frac{1 + 25\lambda^2}{25\lambda^4 + 1490\lambda^2 + 121}} \quad (23)$$

$(R_1 = 0, R_a = \infty).$

Für $\lambda = 1$ wird $|U_2/U_1| = 0,76$. Den Frequenzgang dieser Anordnung zeigt Bild 11.

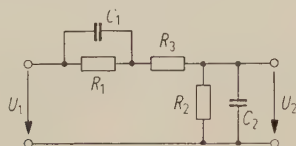


Bild 10. Tiefpaß-Korrekturglied.

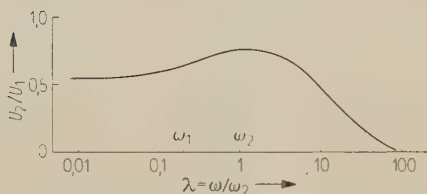


Bild 11. Frequenzgang des Tiefpaß-Korrekturgliedes.

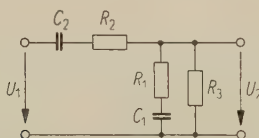


Bild 12. Hochpaß-Korrekturglied.

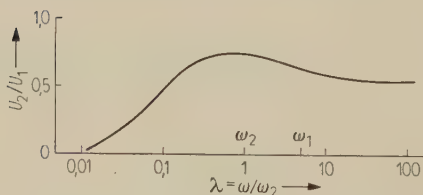


Bild 13. Frequenzgang des Hochpaß-Korrekturgliedes.

Für Hochpässe gilt analog das Korrekturglied des Bildes 12, wobei für

$$\begin{aligned} 3R_2 &= 2R_1, & \omega_1 &= 1/R_1 C_1, & \omega_2 &= 1/R_2 C_2, \\ R_3 &= 4R_1, & 5\omega_2 &= \omega_1, & \omega/\omega_2 &= \lambda \end{aligned} \quad (24)$$

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = 6 \sqrt{\frac{\lambda^2 + 25}{121\lambda^2 + 1490 + 25/\lambda^2}} \quad (25)$$

$(R_1 = 0, R_a = \infty)$

gilt. Den zugehörigen Frequenzverlauf zeigt Bild 13.

Man kann mit einem dieser Ergänzungsnetzwerke für das Flankengebiet etwa 2,8 dB Maximalüberhöhung erreichen. Ist eine stärkere Überhöhung gewünscht, so müssen entsprechend viele Glieder in Kette geschaltet werden, eventuell mit Pufferstufen.

3. Aktive Filterschaltungen

3.1. Frequenz- und Bandpässe unter Verwendung des Doppel-T-Gliedes²

3.1.1. Allgemeines

Zur Herstellung von Frequenz- und Bandpässen für Niederfrequenz läßt sich das Doppel-T-RC-Filter im Gegenkopplungsweg von Verstärkerstufen verwenden [2]. Ein solcher aktiver Vierpol, dessen Prinzip Bild 14 zeigt, besitzt verschiedene Eigenschaften, die denen von LC-Resonanzkreisen weitgehend gleich sind und sie teilweise weit übertreffen. Z. B. kann man ohne weiteres im Frequenzgebiet um 1 Hz noch Kreisgüten von 100 bis 200 erzielen.

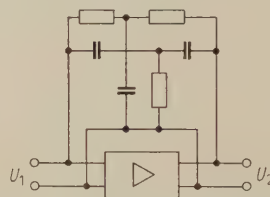


Bild 14. Aktiver Frequenzpaß mit Doppel-T-RC-Glied.

Für die Dimensionierung des Doppel-T-Gliedes gelten die für das passive Netzwerk bereits angeführten Formeln. Aus ihnen ergibt sich für das aktive Filter

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{V}{1 + \frac{V}{1 - j \frac{2}{a(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}}} \quad (26)$$

ω_0 Nullfrequenz des Netzwerks = Durchlaßfrequenz des aktiven Filters,

V Gesamtverstärkung innerhalb des Gegenkopplungskreises ohne Gegenkopplung, jedoch mit dem Gegenkopplungswiderstand als Abschluß.

Für den Betrag des Frequenzgangs folgt daraus

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = V \sqrt{\frac{a^2(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)^2 + 4}{a^2(V+1)^2(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)^2 + 4}} \quad (27)$$

d. h. bei der Nullfrequenz ist $|U_2/U_1| = V$; bei den Frequenzen 0 und ∞ ist $|U_2/U_1| = V/(V+1)$.

² Mit dem Ausdruck „Frequenzpaß“ sollen hier Filteranordnungen bezeichnet werden, die — im Gegensatz zur Bandpaß-Charakteristik — die Charakteristik eines Einzelkreises aufweisen.

Für hohe Werte von V ($V \geq 100$) sind die Eigenschaften des aktiven Filters in der Umgebung der Nullfrequenz denen eines LC -Resonanzkreises weitgehend gleich, abgesehen von der Spannungs- und Leistungsverstärkung des aktiven Filters, die dieses als zusätzliche Vorteile besitzt.

Weitere Vorteile sind:

Hohe Güte (die Güte ist analog zur Kreisgüte definiert: Frequenz des Durchlaßmaximums geteilt durch absolute Bandbreite) auch bei niedrigsten Frequenzen, da die Güte nur von der Dimensionierung des Doppel-T-Gliedes und von V abhängt, nicht aber von der Spulen- und Kondensatorgüte. (Die Güte der handelsüblichen Kondensatoren ist so groß, daß ein Nullabgleich des Doppel-T-Gliedes in jedem Fall möglich ist.)

Nachteile sind:

Geringere Konstanz der Werte von Resonanzfrequenz und Güte als beim passiven LC -Kreis und wesentlich größerer Aufwand, außerdem Energiebedarf für die Röhrenversorgung.

Grundsätzlich können natürlich für die Verstärkung auch Transistoren eingesetzt werden. Jedoch sind speziell für niedrigste Frequenzen Röhren vorteilhafter, einmal da mit Rücksicht auf die Größe der Kondensatoren hochohmig gearbeitet werden muß und außerdem im Hinblick auf die Rückwirkungsfreiheit.

Die Güte des aktiven Resonanzfilters ergibt sich theoretisch zu

$$Q = \frac{f_0}{b} = \frac{a}{2} (V + 1) \quad (28)$$

mit $f_0 = \omega_0/2\pi$ Resonanz- bzw. Nullfrequenz,
 b absolute Bandbreite.

Für die Dimensionierung von a gelten die gleichen Gesichtspunkte wie beim passiven Filter (hohe Frequenzkonstanz: $a = 0,5$; hohe Güte usw.: $a = 0,8$ (0,9); gemäß Abschnitt 2.1).

3.1.2. Filter hoher Güte

Welche Güte läßt sich nun praktisch erreichen?

Ist die geforderte Güte nicht größer als etwa 40, so liegen die Verhältnisse noch einfach. Man kommt mit dem Netzwerk mit $a = 0,8$ und einer Pentode mit $V = 100$ aus; das Prinzipschaltbild für diesen Fall zeigt Bild 15.

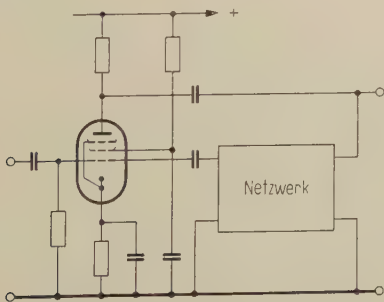


Bild 15. Aktiver Frequenzpaß mittlerer Güte mit einer Pentode.

Bei höheren Güteforderungen muß man jedoch folgendes beachten: Die theoretische Güteformel (28) gilt nur dann, wenn Speise- und Abschlußwiderstände des Netzwerks den im Abschnitt 2.1 aufgestellten Bedingungen genügen und wenn außerdem das Netzwerk so eingestellt ist, daß seine Spannungsübertragung bei der Nullfrequenz exakt Null ist. Weiter muß man bekanntermaßen jeden gegengekoppelten Verstärker auf seine Stabilität prüfen, um gegen Selbsterregung sicher zu sein. In der Gegenkopplungsgleichung

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{V}{1 + \varepsilon V} \quad (29)$$

bedeuten ε die komplexe Spannungsübertragung des Netzwerks und V die komplexe Verstärkung (ohne Gegenkopplung), beide in Abhängigkeit von der Frequenz. Das Produkt εV ergibt also in der komplexen Ebene eine Kurve in Parameterdarstellung; Parameter ist die Frequenz. NYQUISTS Theorem sagt nun aus, daß die εV -Kurve den Punkt -1 der komplexen Ebene nicht umschließen darf, wenn der Verstärker stabil sein soll. Theoretisch ist diese Bedingung erfüllt, wenn V für alle Frequenzen zwischen Null und unendlich reell und konstant ist und wenn das Doppel-T-Glied so eingestellt ist, daß es exakt alle obigen Gleichungen erfüllt. Praktisch ist dies niemals der Fall. Selbst wenn man das Netzwerk mit ungeheurem Aufwand präzise genug bauen könnte und wenn es möglich wäre, einen Verstärker ohne Phasendrehungen und ohne jede Frequenzabhängigkeit zu konstruieren, würden die unvermeidlichen thermischen und alterungsbedingten Inkonstanzen Abweichungen von den theoretischen Werten verursachen. — Theoretisch läuft die εV -Kurve bei der Nullfrequenz durch den Ursprung der komplexen Ebene. Wenn die Verstärkung z. B. 1000 beträgt, genügt bereits ein ε von $-0,001$ (anstatt Null!), um Selbsterregung hervorzurufen. Das heißt, es müßte bei der Nullfrequenz ständig eine Dämpfung von mehr als 60 dB garantiert sein, wenn das Filter zuverlässig arbeiten soll. Das ist praktisch nicht mit genügender Sicherheit über längere Zeit zu verwirklichen, ebensowenig ein absolut phasenreiner Verstärker. Es muß deshalb, um einen sicheren Betrieb zu ermöglichen, das Netzwerk weniger kritisch eingestellt werden, d. h., ε muß bei der Nullfrequenz noch positiv sein, damit trotz Inkonstanz von Bauteilwerten genügend Sicherheit gegen Selbsterregung besteht. Man erreicht dies durch Vergrößerung des Querwiderstands r_3 des Doppel-T-Gliedes.

Es ist klar, daß um so eher Selbsterregung eintritt, je höher die Verstärkung V ist. Wenn man also, um eine hohe Filtergüte zu erreichen, die Verstärkung hochtreibt, so muß man, um Selbsterregung zu vermeiden, die Nullschärfe des Doppel-T-Gliedes herabsetzen. Diese Maßnahme verschlechtert aber wieder die Güte der Gesamtschaltung. Mathematisch ausgedrückt ergibt sich die tatsächlich erreichbare Güte

$$Q = \frac{V + 1}{2k} a, \quad (30)$$

wobei $k = f(V)$. Mit steigendem V steigt auch k . Q steigt also nicht proportional mit der Verstärkung, wenn man stabile Betriebsverhältnisse haben will. Außer von V hängt k noch in weitem Maße von den Anforderungen ab, die man an die Konstanz der Güte stellt. Bei mittleren Ansprüchen kann man bei $V = 430$ mit einem k von etwa 1,7 rechnen, so daß z. B. für $a = 0,8$ die tatsächlich erreichte Güte nur noch 100 statt 170 beträgt.

Die Verstärkung V läßt sich aber auch nicht beliebig hochtreiben. Eine einzige Röhrenstufe kann keine größere Verstärkung liefern als es dem Reziprokwert ihres Durchgriffs entspricht; zweistufige Verstärker scheiden wie alle mit gerader Stufenzahl aus, da sie die Phase um 360° drehen. Für einen dreier oder mehrstufigen Verstärker aber gibt es immer mindestens eine Frequenz, bei der Aus- und Eingangssignal in Phase sind. Nun muß aber bei der Nullfrequenz die Phasendrehung genau 180° sein, damit das Filter funktioniert. Bei von der Nullfrequenz abweichenden Frequenzen nimmt der Gegenkopplungsfaktor sehr schnell den Wert eins an. Da aber der dreistufige Verstärker eingesetzt werden soll, um eine möglichst große Verstärkung, z. B. größer als 1000, zu erreichen, bedeutet das, daß bei der Frequenz, bei der Aus- und Eingangsspannung in Phase sind, die Verstärkung auf weniger als $10/100$ des Niederfrequenzwertes abgesunken sein muß, damit Selbsterregung vermieden wird.

Ein dreistufiger Verstärker hat aber, auch bei Gleichstromkopplung, mindestens drei phasendrehende Glieder (z. B. die den Anodenwiderständen parallel liegenden Röhren- und Schaltkapazitäten). Bei gleichartigem Aufbau aller Stufen müßte die Verstärkung dann auf 10% des Niederfrequenzwertes abgesunken sein, wenn eine Phasendrehung von 60° je Stufe erreicht ist. Wie sich aber leicht nachrechnen läßt, beträgt die Verstärkung im 60° -Fall noch etwa 50% des NF-Wertes. Daraus ergibt sich, daß ein Verstärker aus drei gleichen Stufen nur eine Gesamtverstärkung von 8 haben dürfte, wenn im Fall 60° je Stufe keine Selbsterregung möglich sein soll.

Den zulässigen Wert der Gesamtverstärkung kann man freilich durch ungleichen Aufbau der einzelnen Stufen noch etwas verbessern; ein genügend hoher Wert läßt sich aber auf keine Weise erreichen, was durch umfangreiche praktische Versuche bestätigt wurde.

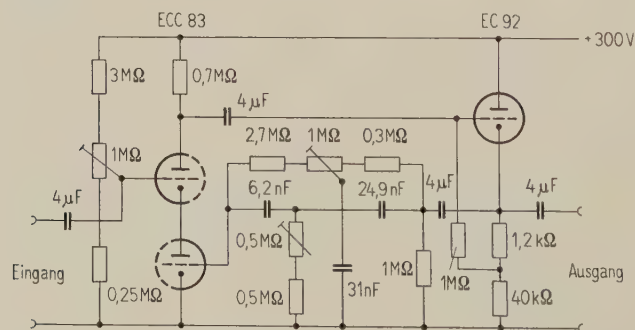


Bild 16. Aktiver Frequenzpaß; Cascode-Filterverstärker mit einer Güte von 100.

Mehrstufige Verstärker wären z. B. dann sinnvoll, wenn mit Batterieröhren mit sehr kleinem Verstärkungsfaktor gearbeitet werden muß; eine hohe Güte läßt sich jedoch auf diese Weise nicht erreichen.

Eine gute Lösung des Verstärkungsproblems ist jedoch erprobtermaßen durch die sogenannten Cascode-Verstärker gegeben, die zwei Triodensysteme (in Serie geschaltet) enthalten, physikalisch jedoch wie eine einzige Stufe hoher Verstärkung wirken. Um eine solche Schaltung für hohe Verstärkung optimal zu dimensionieren, muß man

1. Triodensysteme (am besten Doppeltrioden) mit möglichst geringem Durchgriff verwenden (z. B. ECC 83 o. ä.),
2. das untere System, das in der Kathodenleitung des oberen liegt, niederohmiger als das obere einstellen, damit das obere möglichst wenig gegengekoppelt wird,
3. einen möglichst hohen Außenwiderstand benutzen. Seine Höhe wird begrenzt a) durch den zu starken Rückgang der Steilheit bei extrem kleinen Anodenströmen und b) durch die Größe der an den Außenwiderstand anzuschließenden Belastung.

Diese Belastung ist aber der Eingangswiderstand des Doppel-T-Gliedes. Da dieses niederohmig gespeist werden soll, ist in den meisten Fällen die Zwischenschaltung einer die Phase nicht drehenden Impedanzwandlerstufe (Kathodenfolgestufe) ratsam. Auf diese Weise kann die Cascodestufe mit Außenwiderständen bis zu vielen Megohm versehen werden. Die Schaltung braucht nicht auf A-Betrieb eingestellt zu werden, da das Filter ja als sein eigenes Oberwellensieb wirkt.

Bild 16 zeigt die Gesamtschaltung einer solchen Filterstufe. Mit der Röhre ECC 83 als Cascodestufe sind ohne weiteres Verstärkungen von 800 bis 1000 erreichbar. Damit kann man eine Filtergüte von 100 bis 200 (je nach den Forderungen an die Gütekonstanz) ohne Schwierigkeit erlangen. Soll im Dauerbetrieb die Güte ziemlich genau konstant bleiben, so wird man sich zweckmäßig an die untere Grenze halten, während man, falls die Güte nur kurzzeitig konstant bleiben muß, die obere der vorstehend angegebenen Grenzen sogar erheblich überschreiten darf.

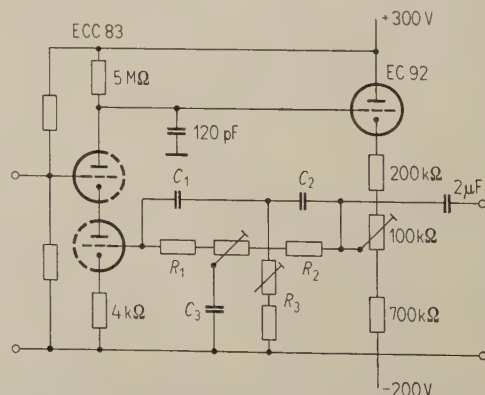


Bild 17. Aktiver Frequenzpaß; Cascode-Schaltung mit Gleichstromgegenkopplung.

Für langfristige und hohe Konstanz der Güte muß man außerdem alle Versorgungsspannungen stabilisieren. Eine weitere Verbesserung wird durch einen zusätzlichen Kathodenwiderstand (zusätzliche frequenzunabhängige Gegenkopplung) und Gleichstromgegenkopplung der gesamten Verstärkerschleife erreicht. Bild 17 zeigt eine derartige Schaltung.

Die Verwendung von Cascodestufe und Kathodenfolgestufe bringt noch weitere Vorteile mit sich. Es zeigt sich nämlich, daß ein Filter, bei dem die Gegenkopplungsspannung demselben Gitter wie die Eingangsspannung zugeführt wird, nicht mit anderen Filtern oder Netzwerken gekoppelt werden kann, ohne daß sich, speziell bei hohen Güten, die Frequenzcharakteristik des Filters (manchmal bis zur Unbrauchbarkeit) ändert. Der Grund dieses Verhaltens ist unter anderem darin zu sehen, daß die Filterwirkung dadurch erreicht wird, daß bei der Nullfrequenz zwischen den Einzelgliedern des Doppel-T-Glieds Phasenopposition entsteht, wodurch die hohe Sperrdämpfung erreicht wird. Da aber nun jedes einen Frequenzgang erzeugende Gebilde unweigerlich Phasendrehungen hervorruft, so verdirbt es bei Kopplung mit einem aktiven Doppel-T-Glied dessen Phasenbedingungen und damit seine Eigenschaften.

Um diesen unerwünschten Effekt zu verhindern, muß man in Kette geschaltete Filter vollständig entkoppeln, und das ist eingangsseitig nur durch getrennte Zuführung von Gegenkopplungs- und Eingangsspannung möglich.

Da bei Benutzung der Cascodeschaltung ohnehin zwei Gitter zur Verfügung stehen, ergibt sich eine sehr elegante Lösung dieses Problems, indem man das Eingangssignal dem (weniger verstärkenden) Gitter des oberen Systems zuführt. Die nachgeschaltete Kathodenfolgestufe ergibt eine hinreichende ausgangsseitige Entkopplung, so daß für die Pufferung kein weiteres zusätzliches Schaltelement notwendig wird. Bild 18 zeigt als Beispiel

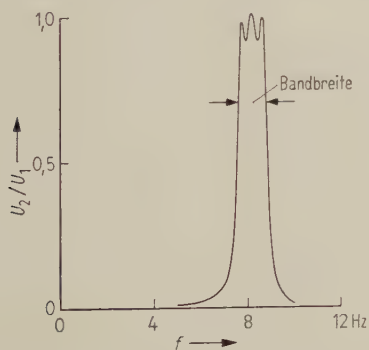


Bild 18. Frequenzgang eines dreikreisigen aktiven Bandfilters.

die Frequenzkurve eines nach diesem Prinzip gebauten dreikreisigen Bandfilters mit sehr steilen Flanken bei 8 Hz Mittenfrequenz. Diese Kurve beweist sehr eindrucksvoll, daß sich die mit Cascodestufe und Kathodenfolgestufe ausgestatteten Filter

in beliebiger Anzahl in Kette schalten lassen, ohne im geringsten verstimmt zu werden. Der Aufwand (9 Triodensysteme für ein dreikreisiges Bandfilter) ist allerdings beträchtlich.

Will man mit nur einem Röhrensystem je Filter auskommen, so empfiehlt es sich, das Eingangssignal zur Entkopplung in die Kathode einzuspeisen.

Die Verstärkung an beiden Gittern einer Cascodestufe errechnet sich nach den Formeln:

$$V_u = \frac{S_1 S_2 R_a (1 + D)}{S_1 D (1 + S_2 D R_a) + S_2 (1 + D)}, \quad (31a)$$

V_u Verstärkung, bezogen auf das Gitter der unteren Röhre,

S_1 Steilheit der unteren Röhre,

S_2 Steilheit der oberen Röhre,

D Durchgriff, für beide Röhren als gleich angenommen (Doppeltriode!),

R_a Außenwiderstand.

Will man die Verstärkung durch andere Röhrengrößen ausdrücken, so erhält man

$$V_u = \frac{R_a \mu (\mu + 1)}{R_{i_1} + R_{i_2} (\mu + 1) + R_a}, \quad (31b)$$

R_{i_1} Innenwiderstand der unteren Röhre (niedrig wählen!),

R_{i_2} Innenwiderstand der oberen Röhre,

$\mu = 1/D$ Leerlaufverstärkung, für beide Systeme gleich.

Für das obere Gitter gilt

$$V_o = \frac{\mu R_a}{R_{i_1} + R_{i_2} (\mu + 1) + R_a}. \quad (32)$$

3.2. Aktiver Tiefpaß

Zum Schluß sei noch ausgeführt, wie ein aktives Tiefpaßfilter mit relativ steiler Flanke ohne großen Aufwand hergestellt werden kann [3]. Wie Bild 19 zeigt, wird hierbei eine Röhre über einen Doppel-L-RC-Hochpaß gegengekoppelt. Für die gute Funktion des Filters muß $p \geq 3$ sein.

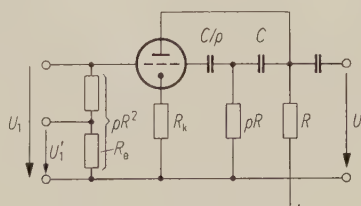


Bild 19. Aktiver Tiefpaß.

Für die in Bild 20 definierte Grenzfrequenz der Anordnung erhält man

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{p R C \sqrt{1 + V_0/2}}, \quad (33)$$

wenn V_0 die Verstärkung der Röhre ohne Gegenkopplung ist, wobei aber mit dem Gegenkopplungswiderstand abgeschlossen ist.

Mit der Normierung

$$\lambda = \omega p R C$$

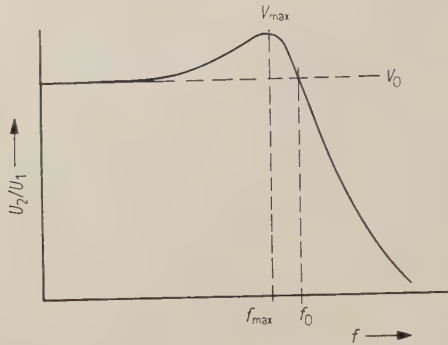


Bild 20. Definition der Grenzfrequenz zu Bild 19.

ergibt sich der Frequenzgang zu

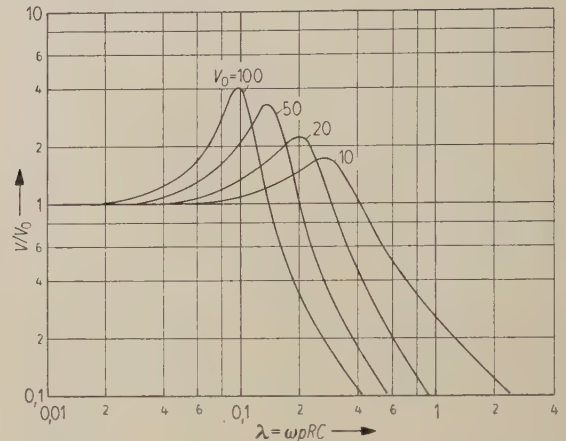
$$V = \frac{V_0}{\sqrt{1 + 2V_0 \frac{\lambda^2 \left(\frac{V_0}{2} + 1 \right) - 1}{\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} + 2 + \frac{4}{p} + \frac{1}{p^2}}}} \quad (34)$$

Dieser Frequenzgang ist für verschiedene V_0 in Bild 21 dargestellt.

Das von der Verstärkung V_0 abhängige Maximum liegt dabei fest für

$$\lambda^2 = \frac{-(V_0 + 2) + \sqrt{2 \left[V_0 \left(2 + \frac{4}{p} + \frac{1}{p^2} \right) + 2 \right] + (V_0 + 2)^2}}{V_0 \left(2 + \frac{4}{p} + \frac{1}{p^2} \right) + 2} \quad (35)$$

Um das vorberechnete Verhalten der Schaltung zu gewährleisten, empfiehlt es sich, die Spannungseinspeisung an den in Bild 19 gekennzeichneten Klemmen U'_1 so vorzunehmen, daß das Gitter der Röhre — als Endpunkt des gegenkoppelnden Vierpols — vom Ausgangswiderstand der an U'_1 angeschlossenen Spannungsquelle möglichst stark entkoppelt wird (also $R_e/pR^2 \ll 1$).

Bild 21. Normierte Frequenzgänge der Schaltung nach Bild 19 mit verschiedenen Röhrenverstärkungen V_0 .

Schrifttum

- [1] SCHMIDT, W., Das Doppel-T-RC-Filter. Elektrotech. Z. (A) **73** [1952], 35–38.
- [2] VALLEY, G. und WALLMAN, H., Vacuum tube amplifiers. McGraw-Hill Book Co., New York 1948.
- [3] HOFFMANN, G., Tiefpaß-RC-Verstärker für sehr niedrige Frequenzen. Frequenz **6** [1952], 162–165.

BUCHBESPRECHUNGEN

H. Pfeifer, Elektronisches Rauschen, Teil I: Rauschquellen. B. G. Teubner Verlagsges., Leipzig 1959. VI, 302 Seiten, 90 Bilder, 8 Tabellen im Text, 8 Tabellen im Anhang, 15,5 cm × 22 cm, Kunstleder DM 25,—.

Von dem zweibändigen Werk „Elektronisches Rauschen“ liegt hiermit der Teil 1 „Rauschquellen“ vor. Der Teil 2 soll unter dem Titel „Schaltungen und Messungen“ erscheinen. Der Verfasser hat in dem Teil 1 die in zahlreichen Zeitschriften des In- und Auslandes verstreuten einschlägigen Originalarbeiten, die bis zum Ende des Jahres 1958 erschienen sind, offenbar fast lückenlos verarbeitet und die wesentlichen Ergebnisse in zusammenhängender Form übersichtlich und klar dargestellt. Der Aufbau und Inhalt des Werkes ist ähnlich wie in den bekannten Büchern „Noise“, dem einiges entnommen ist, und „Fluctuation phenomena in semiconductors“ von A. VAN DER ZIEL.

Der einleitende Abschnitt des Buches bringt die mathematischen Hilfsmittel (Verteilungsfunktionen, Fourieranalyse fluktuierender Größen) und die physikalischen Hilfsmittel (Theorie der ebenen Diode, die Llewellyn-Petersonschen Gleichungen, Raumladungswellen). Der Hauptabschnitt „Rauschquellen“ behandelt zunächst das Rauschen von Widerständen. Dazu zählt der Verfasser das thermische Rauschen, das Antennenrauschen, das Funkelrauschen von Halbleitereinkristallen (mit den modernen auf den Oberflächenzuständen beruhenden Theorien von BESS, McWHORTER und MORRISON), von Kohlekontakten und von Schicht- und Drahtwiderständen, das Schrotrauschen in homogenem Halbleitermaterial, das Rauschen von Halbleiterdioden und von Transistoren. Es folgt ein Kapitel über das Röhrenrauschen bei niedrigen Frequen-

zen, in dem der Schroteffekt bei Dioden und Trioden, das Stromverteilungsrauschen, das Sekundäremissions- und Ionenrauschen und der Funkeffekt bei Röhren behandelt werden. Das letzte Kapitel über das Röhrenrauschen bei hohen Frequenzen beschreibt das HF-Rauschen von Dioden im Sättigungs-, Anlaufstrom- und Raumladungsgebiet, das HF-Rauschen von Trioden und Mehrgitterröhren und behandelt ausführlich das Rauschen von Laufzeitröhren und kurz das Rauschen von Gasentladungen. Schließlich werden noch das Prinzip und die Rauscheigenschaften des Molekularverstärkers (Maser) angegeben, auf parametrische Verstärker wird jedoch nur kurz hingewiesen.

Im Anhang befinden sich u. a. Tabellen über Formelzeichen, Schaltzeichen, Einheiten und Konstanten und über Rauschkennwerte einiger Röhrentypen. Von wesentlichem Wert für das Buch als Nachschlagewerk erscheint das außerordentlich vollständige, 23 Seiten umfassende Literaturverzeichnis, dem sich ein Namen- und Sachverzeichnis anschließen.

Das Buch ist vermutlich das erste deutschsprachige Übersichtswerk dieser Art auf dem Markt und kann sowohl zur Einführung in das Gebiet elektronischen Rauschens als auch zum Nachschlagen und zur Information über neueste Arbeiten sehr empfohlen werden.

J. SCHUBERT

T. Laurent, Zig-Zag filters. Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar, Stockholm 1959, 58 Seiten, 18 Bilder, 17 cm × 25 cm, kartiert skr 7,—.

Es wird eine gedrängte Zusammenfassung des Verfahrens geboten, nach welchem LC-Vierpole mit vorgegebenem Übertragungsdämpfungsverlauf entwickelt und konstruiert werden. Der Name des Verfahrens leitet sich aus der graphischen

Darstellung der Pole entlang der als Abszisse eingetragenen Frequenzachse ab: Werden Polpaare dies- und jenseits der Grenzfrequenzen des Durchlaßbandes der Reihe nach miteinander verbunden und zur Verdeutlichung der Zuordnung die Pole senkrecht zur Abszissenachse um gleiche Abstände verschoben, so entsteht eine für jedes Filter charakteristische Zick-Zack-Linie. Insbesondere bewährt sich das Verfahren zur Darstellung unsymmetrischer Filter.

Mit Verwendung der Grenz- und der Polfrequenzen als Parameter wird die Übertragungsgröße als hyperbolische Funktion definiert, wobei jedem Pol ein Glied der realisierenden Kaskadenschaltung zugeordnet ist. Die Anpassung an vorgegebene Impedanzen wird dargelegt, die Formeln zur Berechnung der Schaltelemente sind entwickelt und eingehend besprochen. Es werden Richtlinien angegeben, nach welchen diese Formeln nach einem einheitlichen Schema aufgebaut werden können, derart, daß sie sich zur numerischen Berechnung in einer elektronischen Rechenmaschine nach einem ein für allemal entwickelten Programm eignen. J. PIESCH

T. Laurent, Filter calculations using the template method. Kungl. Tekniska Högskolans Handlinger, Stockholm 1959, 28 Seiten, 19 Bilder, 17 cm \times 25 cm, kartoniert skr 4,—.

Wird die Übertragungsgröße Γ eines linearen verlustfreien Vierpols als Funktion des Logarithmus der Frequenz dargestellt, so ist deren Verlauf durch lineare Superposition von eindeutigen einander identischen Funktionen gegeben, wobei jeder dieser Funktionen ein Pol von Γ entspricht. Die Superposition wird für Real- und Imaginärteil von Γ getrennt durchgeführt. Für die Auswertung der Schablonen („template“-Funktion und für die Ermittlung der Resultierenden wurde eine neue einfache Methode abgeleitet; die Schablonenfunktion wurde mittels elektronischem Rechengert mit hoher Genauigkeit ausgewertet. Das Verfahren ist dargelegt; der Berechnungsvorgang wird an Hand von Beispielen — Bandfilter mit vorgegebenen Extremwerten der Dämpfung in den Sperrbereichen — beschrieben, die notwendigen numerischen Unterlagen sind in Form von Nomogrammen, Tabellen und Kurvenscharen angegeben. Weiterhin werden Richtlinien für die Berechnung der Korrekturen entwickelt, die infolge von Anpassungsfehlern und von den Verlusten in den Schaltelementen erforderlich sind. Für ein eingehendes Studium der Methode wird auf eine reichhaltige Bibliographie hingewiesen. J. PIESCH

R. Becker, Theorie der Elektrizität (herausgegeben von F. SAUTER, Neubearbeitet von G. LEIBFRIED und W. BREINIG), Band II: Einführung in die Quantentheorie der Atome und der Strahlung; 8. Auflage. B. G. Teubner Verlagsges., Stuttgart 1959, 285 Seiten, 72 Bilder, 16,5 cm \times 23 cm, Ganzleinen DM 33,—.

Bei R. BECKERS Tode lag etwa die Hälfte dieses nun von G. LEIBFRIED und W. BREINIG völlig neu bearbeiteten 2. Bandes der „Theorie der Elektrizität“ in mehr oder weniger vollkommener Weise vor. Die beiden Bearbeiter haben es erreicht, daß einmal eine in ihrer Art geschlossene Darstellung der mathematischen Grundlagen der Quantentheorie gegeben wird, wobei auch die Theorie des Hilbertschen Raums gebracht wird, sie haben aber auch in diesem Band bereits an den 3. Band gedacht und die Grundlagen entwickelt, die für die Anwendung auf das Verhalten der Materie in elektromagnetischen Feldern gebraucht werden. Das Inhaltsverzeichnis gibt einen guten Überblick über den gebrachten Stoff:

- A. Die klassischen Grundlagen der Elektromagnetische Theorie
 - A I. Die Bewegung eines Elektrons in elektrischen und magnetischen Feldern
 - A II. Das klassische Atommodell
 - A III. Die Hamiltonsche Form der Bewegungsgleichungen
- B. Grundlagen der Quantenmechanik
 - B I. Die Entwicklung der Quantentheorie
 - B II. Der allgemeine Aufbau der Quantenmechanik
 - B III. Impuls und Drehimpuls
 - B IV. Näherungsverfahren
- C. Einelektronen-Probleme
 - C I. Stationäre Zustände

- C II. Der Spin des Elektrons
- C III. Das Atom im gegebenen elektromagnetischen Feld
- D. Mehrelektronenprobleme
- E. Theorie der Strahlung
 - E I. Hohlraumstrahlung
 - E II. Absorption und Emission
- F. Relativistische Theorie des Elektrons
 - F I. Relativistische klassische Mechanik
 - F II. Relativistische Quantenmechanik
- G. Lösungen der Übungsaufgaben
- Sachverzeichnis.

Auch in diesem Band schließen sich jedem Abschnitt instruktive Aufgaben an, deren Lösungen auf 23 Seiten ausführlich behandelt werden. Ein übersichtliches Sachverzeichnis am Schluß des Buches erlaubt es jedem, sich schnell und gründlich zu orientieren.

Das Buch setzt nur die Grundlagen der klassischen theoretischen Physik voraus und kann deshalb jedem Studierenden als Einführung dienen. Ausstattung und Druck sind vorzüglich. A. THOMA

A. von Weiss, Theoretische Elektrotechnik, Teil I: Die physikalisch-mathematischen Grundlagen; 2. Aufl. C. F. Wintersche Verlagshandlung, Füssen 1959, XII, 401 Seiten, 231 Bilder, 16,5 cm \times 24 cm, kartoniert DM 27,80, Ganzleinen DM 29,60.

Die zweite Ausgabe des Buches wendet sich, wie die 1954 erschienene, im A.E.U. 10 [1956], 25, von G. ČREMOŠNIK rezensierte, erste Auflage an Studierende technischer Hochschulen als Repetitorium und an den in der Forschung oder Entwicklung tätigen Ingenieur als Nachschlagewerk. Beim Leser wird somit die Kenntnis der Grundlagen der Gleich- und Wechselstromtechnik und deren mathematische Behandlung vorausgesetzt.

Beim Studium des Buches fällt die gedrängte, aber übersichtliche Darstellung des behandelten Stoffes auf. Definitionen und wichtige Erklärungen sind im Text speziell hervorgehoben, was sich bei der Verwendung des Buches als Nachschlagewerk sehr positiv auswirkt. Der Text, der durch 231 sauber ausgeführte Abbildungen und 4 Tafeln ergänzt ist, wurde auch in dieser Ausgabe unterteilt in die fünf Abschnitte:

- I. Einführende Grundlagen und Betrachtungen
- II. Das elektrische Feld
- III. Das stationäre und quasistationäre elektromagnetische Feld
- IV. Netzwerke und Leitungen
- V. Rasch veränderliche Felder.

Im Vergleich zur ersten Auflage ist der Paragraph „Die Grundgrößen der Elektromagnetik“ etwas erweitert worden, und die physikalischen Zusammenhänge beim Induktionsvorgang wurden etwas ausführlicher behandelt. Das Kapitel über Halbleiter wurde dem heutigen Stand der Halbleitertechnik angepaßt und die Unklarheiten der ersten Auflage wurden vermieden. Die Behandlung der Determinanten und Matrizen mit Anwendungen zur Berechnung linearer Netzwerke und Vierpole, sowie der Paragraph „Stabilitäts- und Schwingungsverhalten von Stromkreisen“ bereichern diese Ausgabe wesentlich.

Der vorliegende Band darf als willkommene Ergänzung bereits vorhandener Werke angesehen werden und ist jedem Ingenieur und Studierenden der Elektrotechnik wärmstens zu empfehlen. R. LOCHINGER

F. H. Lange, Korrelationselektronik, Grundlagen und Anwendung der Korrelationsanalyse in der Nachrichtentechnik. Verlag Technik, Berlin 1959, 344 Seiten, 99 Bilder, DIN A 5, gebunden DM 33,50.

Seit der Einführung der Korrelationsmeßverfahren in die Technik und deren Entwicklung im letzten Jahrzehnt ist dies das erste Buch, das nahezu alle in der Literatur auf diesem Gebiet greifbare Erfahrung kritisch zusammenstellt und die theoretischen Grundlagen erläutert. Die Darstellung ist aus-

gezeichnet sowohl hinsichtlich der systematischen Ordnung als auch hinsichtlich der Einzelfragen. Sie beschränkt sich mit Recht darauf, die Verwendung der Begriffe der Kreuz- und Autokorrelationsfunktion und deren apparative Darstellung innerhalb des Systems der Nachrichtentechnik elektrischer Signale zu erläutern und die mannigfachen Anwendungsmöglichkeiten zu beschreiben. Diese werden nach drei Gesichtspunkten eingeordnet: 1. Die Korrelationsfunktion als Kenngröße von Nachrichtensignalen. 2. Die Korrelationsfunktion als Hilfsmittel zur Untersuchung von Nachrichtenübertragungssystemen. 3. Der Korrelationsdetektor als Nachrichten-

empfänger. Von der Beschränkung auf elektronische Probleme werden Ausnahmen nur gemacht beim Hinweis auf Wissenschaftsgebiete wie Biologie, Meteorologie usw., die den Korrelationsbegriff schon lange erfolgreich verwenden, und beim Hinweis darauf, daß sowohl Auto- als auch Kreuzkorrelationsfunktion zur Erklärung der Physiologie des Ohres angewandt werden sollten.

Das Buch wendet sich in erster Linie an den Praktiker und ihm ist es vor allem zu empfehlen. Aber auch dem Theoretiker bietet es eine gute Einführung in dieses Forschungsgebiet.

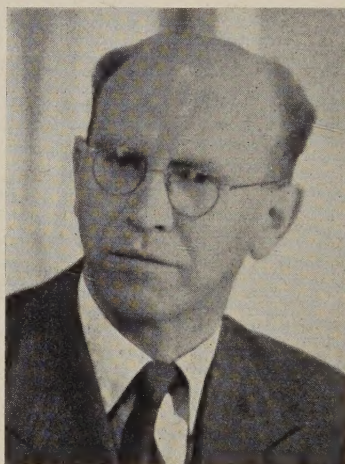
H. SCHNELLE

PERSÖNLICHES

Zum Tode von Albert Weissfloch

Wenige Tage nach seinem 50. Geburtstag verstarb in Paris, für die meisten unerwartet, herausgerissen aus seinen Plänen und aus seiner Arbeit, Dr. Albert Weissfloch.

Weissfloch hatte sich verhältnismäßig spät zum Studium entschlossen. Sein Entschluß, Mathematik zu studieren, war kennzeichnend für ihn, wenn man seinen Drang zur Realisierung dagegen hält, den man im allgemeinen einem Mathematiker nicht zubilligt. So ist er dann auch kein Mathematiker geworden, der Freude an großen Ableitungen und großen Rechnungen hatte. Für ihn war die Mathematik ein wichtiges Hilfsmittel für das Experiment. Seine Veröffentlichungen aus den vierziger Jahren über den Transformatorsatz, der für die Weiterentwicklung in der Hochfrequenztechnik, besonders für die Hohlleitertechnik, so wichtig war, ist für seine Arbeitsweise charakteristisch. Weissfloch — als Mathematiker — war sich klar darüber, daß die verwickelte und von vielen Parametern abhängige Verteilung des elektromagnetischen Feldes in der Hohlleitertechnik besser nicht aus den Maxwell'schen Gleichungen abgeleitet wird, wenn der Hohlleiter nicht die glatte Grundform ist, wie in der Theorie stets zugrunde gelegt wird. Er beschränkte sich bewußt darauf, allgemeine Aussagen zu gewinnen, unabhängig davon, was sich speziell im Inneren des Vierpols abspielen kann. So konnte er überhaupt erst einmal den Vierpol oder allgemein einen $2n$ -Pol definieren. Das ergibt die Möglichkeit, von vornherein zu erkennen, wie und welche Messungen sinnvoll anzusetzen sind. Weissfloch strebte nach der Ordnung, die es dem Ingenieur ermöglicht, Dimensionierungen zu erfassen, zu bewerten und vorauszusagen.



Diese Methode, ein echt ingenieurmäßiger Kompromiß zwischen einerseits der bloßen Bastlermethode, des Kopierens, des Experimentierens, und andererseits der rein theoretischen Arbeit ist von Weissfloch zwar nicht entdeckt worden, ist jedoch für ihn charakteristisch; und es soll hier an dieser Stelle ausgesprochen werden, daß Menschen, die diese Fähigkeiten zu einem echten Kompromiß haben, heute leider noch viel zu wenig vorhanden sind.

Dieses Erkennen, auf den Kompromiß verpflichtet zu sein, verführte Weissfloch jedoch niemals dazu, seine Ziele zu gering zu stecken. Neben vielen Einzelergebnissen verdanken wir ihm vor allem sein ausgezeichnetes Buch „Schaltungstheorie und Meßtechnik im Dezimeter- und Zentimeterwellengebiet“, in dem sich seine Art zu denken in ausgezeichneter Weise darstellt.

So wie schon sein Studium nicht den normalen Gang nahm, so hatte er auch in seinem weiteren Lebensweg mancherlei Klippen zu überwinden, die sich ihm von außen her aus den Kriegereignissen und Kriegsfolgen entgegenstellten und die zum Teil auch bei ihm lagen, weil es ihm nicht gegeben war, die Dinge mit leichter Hand zu regeln. Die, die ihn kannten, Freunde und Schüler achteten an ihm seine gerade aufrechte Art und seine Fähigkeit, eine einmal gestellte und entdeckte Aufgabe bis zu dem Punkt zu verfolgen, von dem aus eine ingenieurmäßige Dimensionierung möglich ist.

Wir betrauern seinen frühen Tod, nicht zuletzt deswegen, weil wir hoffen durften, von ihm noch viele wertvolle Beiträge für die Entwicklung der Hoch- und Höchstfrequenztechnik zu erhalten.

W. KLEINSTEUBER

Mitarbeiter dieses Heftes:

Dr. J. B. Fischer, I. H. Albiswerk AG, Albisriederstraße, Zürich 9/47, Schweiz; Dipl.-Ing. H. G. Jungmeister, im Elektrophysikalischen Institut der Technischen Hochschule, München 2, Arcisstraße 21; Dr. W. Kleinsteuber, I. H. Telefunken GmbH., Forschungsinstitut, Ulm (Donau), Söflinger Straße 100; Dr. H. L. König, im Elektrophysikalischen Institut der Technischen Hochschule, München 2, Arcisstraße 21; Dr. H. Kohl, im Institut für Ionosphären-Physik, Lindau ü. Northeim/Hann.; Ing. G. Linckelmann, München 59, Kibstraße 28; Dr. R. B. Lochinger, c/o RCA-Laboratories, Princeton, N.J., U.S.A.; Dipl.-Phys. H. Schnelle, im Institut für Phonetik und Kommunikationsforschung der Universität, Bonn, Koblenzer Straße 98 a; Dr. J. Schubert, Ulm (Donau), Lehrertalweg 43.

Alle Rechte, auch die der photomechanischen Wiedergabe, sind vorbehalten, jedoch wird gewerblichen Unternehmen die Anfertigung einer photomechanischen Vervielfältigung (Photokopie, Mikrokopie) von Beiträgen oder Beitragsteilen für den innerbetrieblichen Gebrauch nach Maßgabe des zwischen dem Börsenverein des Deutschen Buchhandels und dem Bundesverband der Deutschen Industrie abgeschlossenen Rahmenabkommen gegen Bezahlung der dort vorgesehenen Gebühren an die Inkassostelle für Photokopiergebühren beim Börsenverein des Deutschen Buchhandels, Frankfurt am Main, gestattet. Werden die Gebühren durch Wertmarken der Inkassostelle entrichtet, so ist für jedes Photokopierblatt eine Marke im Betrag von —,30 DM zu verwenden.

Schriftleitung:

Dr. phil.
J. Piesch
Wien IV/50
Karlsplatz 13
Fernruf U 465 30

Dr.-Ing.
J. Schunack
Berlin-Lichterfelde 1
Drakestraße 1a
Fernruf 73 22 61

Prof. Dr. techn. Dr.-Ing. E. h.
M. Strutt
Zürich 7
Gloriastraße 35
Fernruf 32 73 30

Oberstudiendir. Dr. phil.
A. Thoma
Fulda
H.-von-Bibra-Platz 1
Fernruf (vormittags) 29 62
(nachmittags) 44 28

Geschäftsführende Redaktion und Anzeigenverwaltung:

Ing. Friedrich Rühmann
(17a) Karlsruhe-Durlach, Machstraße 4, Fernruf 4 28 54

Alle Zuschriften werden entweder an die Schriftleitung oder an die Geschäftsführende Redaktion erbeten.

Die Zeitschrift erscheint in Monatsheften. Es werden aufgenommen:

1. Originalmitteilungen in knapper Darstellung;
2. Zusammenfassende Berichte, nach vorheriger Verabredung über Inhalt, Form und Umfang mit der Schriftleitung;
3. Buchbesprechungen;
4. Kurze fachliche Mitteilungen und Zuschriften;
5. Mitteilungen über Tagesereignisse auf dem Fachgebiet der Zeitschrift;
6. Persönliche Nachrichten;
7. Anzeigen.

Geschäftliche Hinweise:

Der Bezug des Archivs der elektrischen Übertragung durch Verlag, Post und Buchhandel ist im Abonnement zum Preis von DM 20,— für das Vierteljahr möglich. Einzelhefte können zum Preis von DM 7,— geliefert werden. Anzeigenaufträge und Anfragen bitten wir an die Anzeigenverwaltung der Zeitschrift zu richten.

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

Postscheckkonto Stuttgart 64383

**JOURNAL
INTERNATIONAL
D'ACOUSTIQUE**

sous le patronage du Groupe-
ment des Acousticiens de
Langue Française

**INTERNATIONAL
JOURNAL
ON ACOUSTICS**
sponsored by the Acoustics
Group of the Physical Society
(Great Britain)

**INTERNATIONALE
AKUSTISCHE
ZEITSCHRIFT**

Unter Mitwirkung des Ver-
bandes Deutscher Physi-
kalischer Gesellschaften

ACUSTICA

edited by

Prof. Dr. M. GRÜTZMACHER
editor-in-chief
Braunschweig

Prof. Dr. E. G. RICHARDSON †
Newcastle upon Tyne

assisted by

publié par
Dr. F. CANAC
Marseille
assisté par

herausgegeben von
Prof. Dr. E. MEYER
Göttingen
unter Mitarbeit von

Prof. W. FURRER, Bern; Prof. Dr. A. GIACOMINI, Roma; Prof. Dr. J. HOLTSMARK, Oslo; Prof. Dr. F. INGERSLEV, København; Prof. Dr. A. VAN IITERBEEK, Leuven; Prof. Dr. C. W. KOSTEN, Delft

Managing editor: B. CRAMER, Darmstadt

Die «ACUSTICA» bringt außer Arbeiten allgemein physikalisch-akustischen Inhalts, Veröffentlichungen aus folgenden Spezialgebieten der Akustik:

Akustische Meßtechnik (Absolute Schallintensität, Frequenz, akustische Widerstände usw.), *Raum- und Bauakustik* (Akustische Vorgänge in Räumen, Nachhall, Schallschluckung, Luft- und Körperschalldämmung, Lärmbekämpfung usw.), *Elektroakustik* (Lautsprecher, Mikrophone, Schallaufzeichnungsverfahren, Rundfunk, elektronische Apparate usw.), *Physiologische Akustik* (Physikalische Vorgänge im menschlichen Ohr, Sprache usw.), *Ultraschall* (Physikalische Probleme, technische und medizinische Anwendung), *Musikalische Akustik* (Untersuchungen von Musikinstrumenten, elektrischen Musikinstrumenten usw.).

Die «ACUSTICA» erscheint in 6 Heften pro Jahr von je etwa 60 Seiten (zuzügl. Beihefte)

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

